Delprov B	Uppgift 1–8. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 9–15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 56 poäng varav 20 E-, 19 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 36 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 43 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

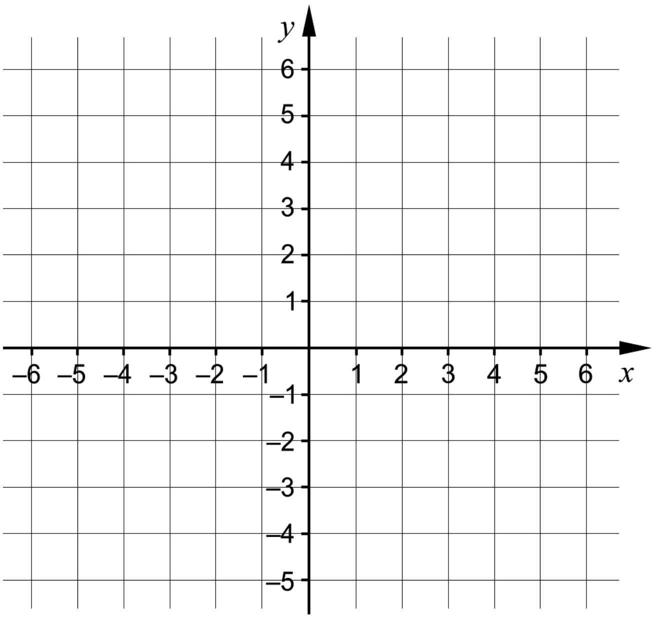
Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

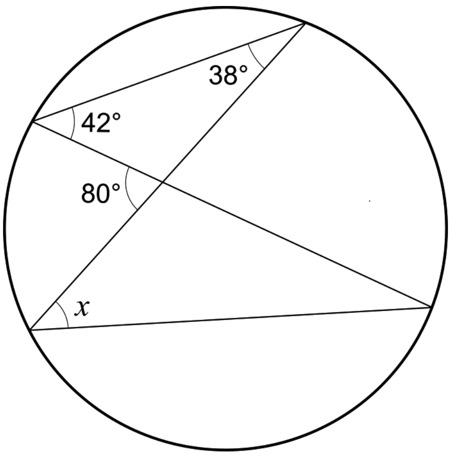
1. Ekvationer för räta linjer kan skrivas på formen $y = kx + m.$ En rät linje går genom punkten (2, 5) och har $m = 1$

a) Rita linjen i koordinatsystemet. (1/0/0)



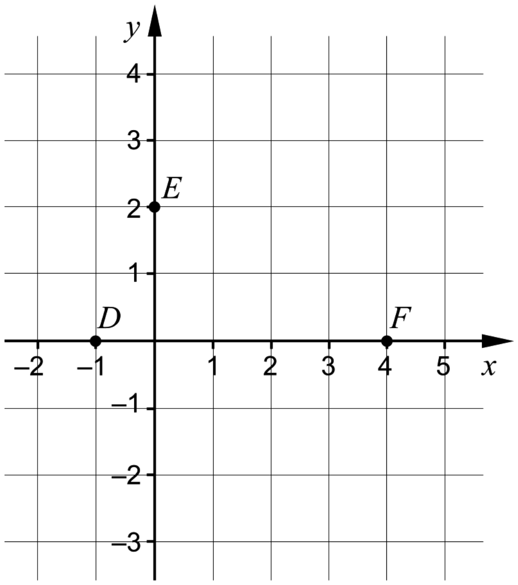
b) Ange linjens ekvation på formen $y = kx + m.$ ____________________ (1/0/0)

2. Figuren visar tre givna vinklar. En fjärde vinkel är markerad med *x*.



Bestäm vinkeln *x*. ____________________ (1/0/0)

3. Grafen till andragradsfunktionen *f*, där $y = f(x)$, går igenom punkterna *D*(–1, 0), *E*(0, 2) och *F*(4, 0).



a) Funktionen *f* kan skrivas på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$
Bestäm konstanten *c*.
______________________ (1/0/0)

b) Funktionen *f* har en maximipunkt.
Bestäm maximipunktens *x*-koordinat. ______________________ (1/0/0)

4. Lös ekvationerna

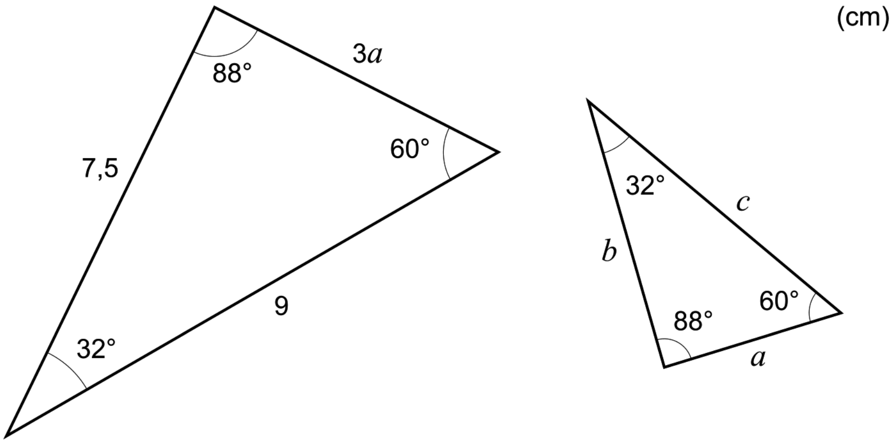
a) $x^2 + 9 = 0$ ______________________ (1/0/0)

b) $\left(\frac{4x-5}{3}\right)\left(\frac{4x-5}{3}\right) = 0$ ______________________ (0/1/0)

c) $\sqrt{\sqrt{x+1}} = 2$ ______________________ (0/1/0)

d) $5^{2x} = 8$ ______________________ (0/1/0)

5. Figuren visar två trianglar med vinklarna 32°, 60° och 88°.



Bestäm *b*. _______________________ (0/1/0)

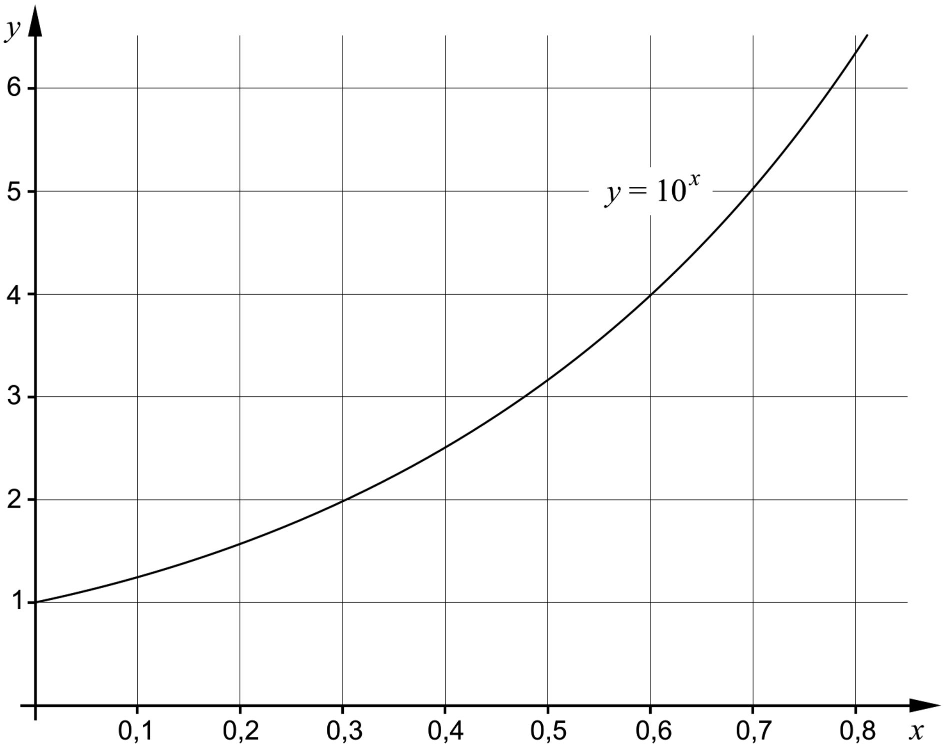
6. Förenkla så långt som möjligt.

a) $(x-3)(x+3)$ _______________________ (1/0/0)

b) $\lg x^6 + \lg x - \lg x^3$ _______________________ (0/1/0)

c) $\left(x+1+\sqrt{2x+1}\right)\left(x+1-\sqrt{2x+1}\right)$ _______________________ (0/0/1)

7. Figuren visar en del av grafen till funktionen som ges av $y = 10^x$

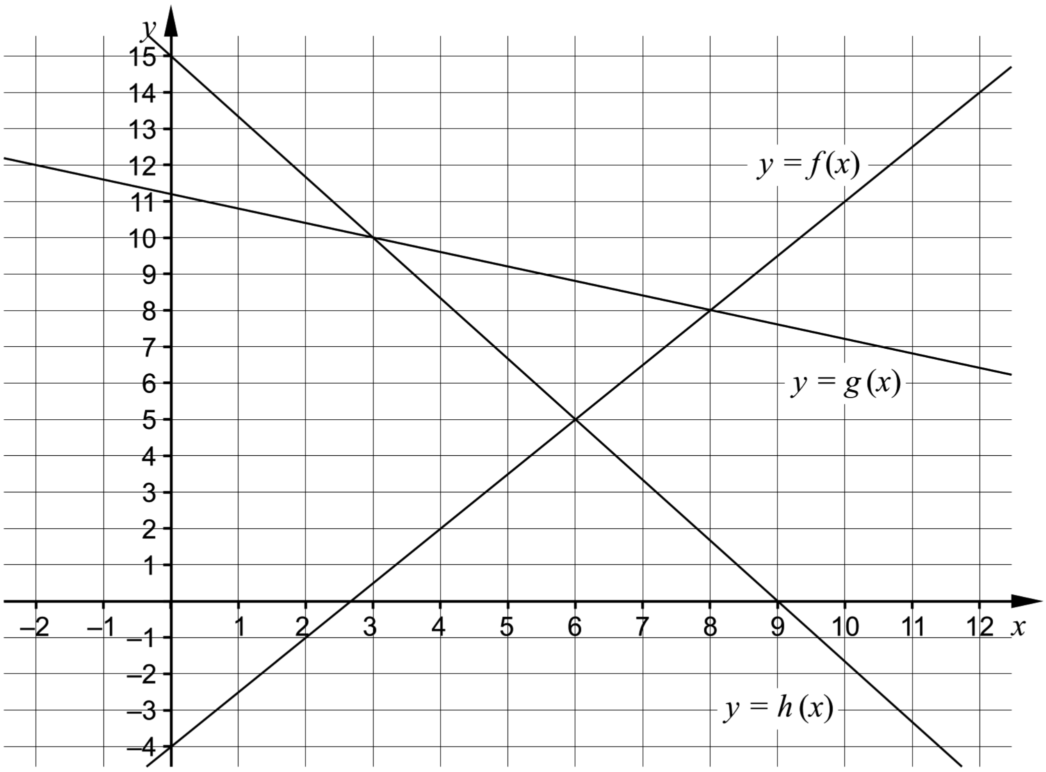


Bestäm med hjälp av grafen ett närmevärde till

a) $\lg 4$ ______________________ (1/0/0)

b) $10^{2,6}$ ______________________ (0/0/1)

8. Figuren visar graferna till funktionerna *f*, *g* och *h*.



För vilka värden på x gäller att $h(x) \leq f(x) < g(x)$?

_______________________ (0/0/2)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

9. Lös andragradsekvationen $x^2 - 4x - 5 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

10. Punkterna (3, 15) och (6, 42) ligger på en rät linje. Avgör om denna linje är parallell med linjen $y = 8x - 13.$ Motivera ditt svar. (2/0/0)

11. Lös ekvationen $14 \cdot 1{,}3^x = 2 \cdot 3{,}9^x$ och svara exakt. (0/2/0)

12. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} \dfrac{2x}{5} + y = 4 \\ \dfrac{3y}{2} = 10 + x \\ 2y + z = 7 \end{cases}$ med algebraisk metod. (0/2/0)

13. En andragradskurva har ekvationen $y = ax^2 + bx + c$ och en rät linje har ekvationen $y = -bx + c$, där *a*, *b* och *c* är konstanter skilda från noll. Andragradskurvan och linjen skär varandra i två punkter.

a) Visa att den ena skärningspunkten ligger på *y*-axeln. (0/1/0)

b) Bestäm *y*-koordinaten för den andra skärningspunkten uttryckt i konstanterna *a*, *b* och *c*. (0/0/1)

14. För en andragradsfunktion *f* gäller att $f(x) = ax^2 - a^2x + 2$ där *a* är en positiv konstant.

Bestäm för vilka värden på *a* som andragradsfunktionen *f* saknar nollställen. (0/0/2)

15. Tabellen visar tre olika medelvärden av två tal *a* och *b*.

Aritmetiskt medelvärde	Kvadratiskt medelvärde	Geometriskt medelvärde
$\dfrac{a+b}{2}$	$\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$	$\sqrt{ab}$

Bestäm det geometriska medelvärdet av två tal *a* och *b* om deras aritmetiska medelvärde är 8 och deras kvadratiska medelvärde är 10 (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 16–25. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 56 poäng varav 20 E-, 19 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 36 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 43 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

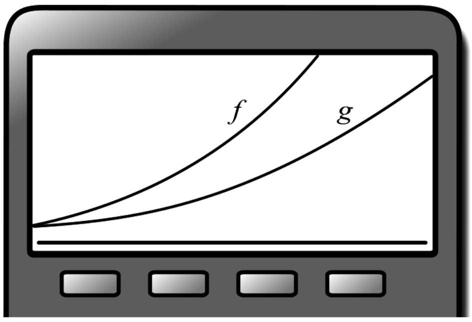
Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Ställ upp en ekvation för en rät linje som går genom punkten (–1, 2).
Endast svar krävs (1/0/0)

17. Maria ritar grafen till en andragradsfunktion och grafen till en exponentialfunktion på sin grafräknare. Båda graferna går genom punkten (0, 2). För andragradsfunktionen är punkten (0, 2) en minimipunkt. Bilden visar fönstret på grafräknaren.



Maria visar sin grafräknare för Josef och frågar:

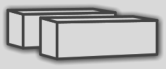
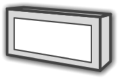
– Kan du se vilken av graferna som visar en andragradsfunktion och vilken som visar en exponentialfunktion?

– Nej, det syns ju inte. Men jag vet vad jag ska göra för att det ska synas! säger Josef.

Vad ska Josef göra med fönstret på grafräknaren för att kunna avgöra vilken av graferna som visar en andragradsfunktion respektive en exponentialfunktion? Motivera ditt svar. (2/0/0)

18. Cecilia har ett företag. Istället för julklappar till sina kunder tänker hon köpa gåvokort från en välgörenhetsorganisation.

På organisationens hemsida finns en lista över gåvokort att välja mellan.

Gåvokort		**Antal**
	Vatten- och hygienpaket 120 kr	
	Vätskeersättning 140 kr	
	Förpackning med vattenreningstabletter 150 kr	
	Poliovaccinpaket 240 kr	
	Cykel 750 kr	

Cecilia vill köpa 90 gåvokort för 15 000 kronor. Hon har valt två olika sorter av gåvokort och ställer upp ett ekvationssystem för att bestämma hur många av varje sort hon ska beställa:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 240x + 140y = 15\,000 \end{cases}$$

a) Ange vilka två olika sorter av gåvokort Cecilia har valt att beställa.
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Bestäm hur många gåvokort Cecilia beställer av respektive sort. (2/0/0)

19. Vid ett provtillfälle skrev 76 483 personer Högskoleprovet. Deras resultat antas vara normalfördelat med medelvärdet 0,90 och standardavvikelsen 0,40

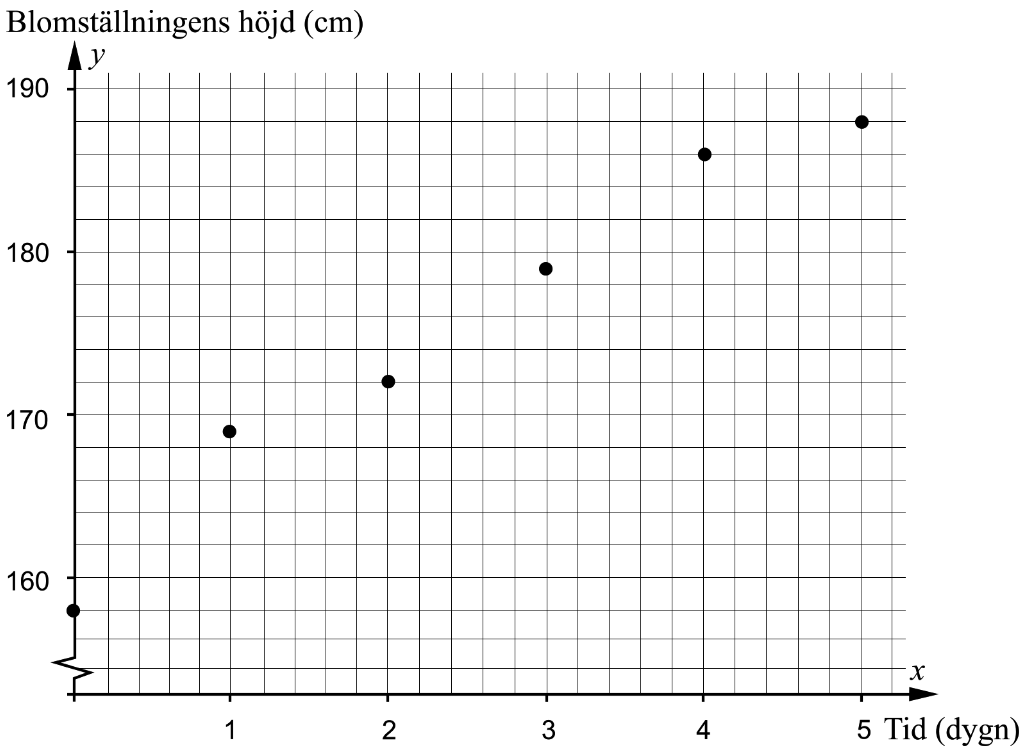
Bestäm hur många personer, av de som skrev Högskoleprovet vid detta provtillfälle, som enligt normalfördelningen hade resultatet 1,70 eller högre. (2/0/0)

20. Jätteknölkallan, *Amorphophallus titanum*, är en köttätande blomväxt med en av världens största blomställningar som kan bli upp till tre meter hög. Jätteknölkallan växer vilt på västra delen av Sumatra i Indonesien.

Ett exemplar av växten finns i Bergianska trädgården i Stockholm där den blommade i juli 2013. Blomställningens höjd mättes på morgonen varje dag under sex dygn. Resultatet visas i tabellen och i diagrammet nedan där y är blomställningens höjd i cm och x är tiden i dygn efter den 2 juli 2013.

Tid x dygn	Blomställningens höjd y cm
0	158
1	169
2	172
3	179
4	186
5	188

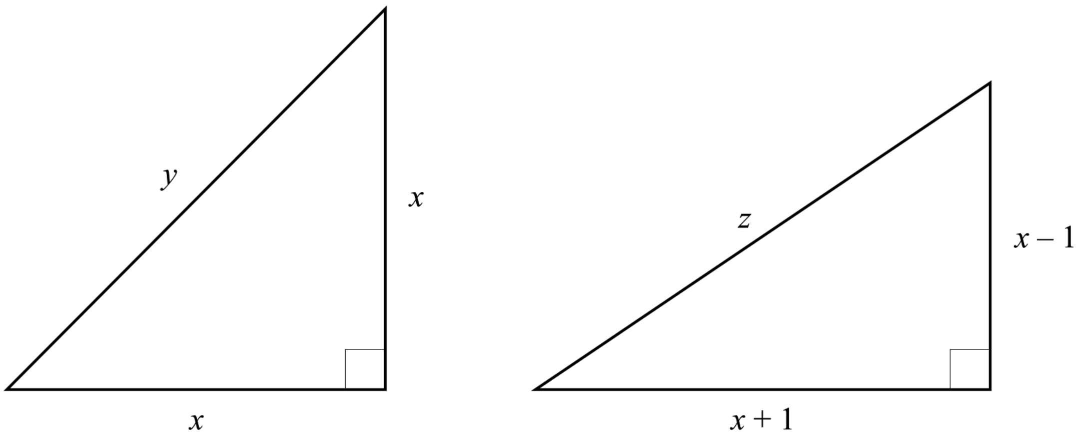
Foto: Gunvor Larsson



Anta att sambandet mellan blomställningens höjd och tiden är linjärt.

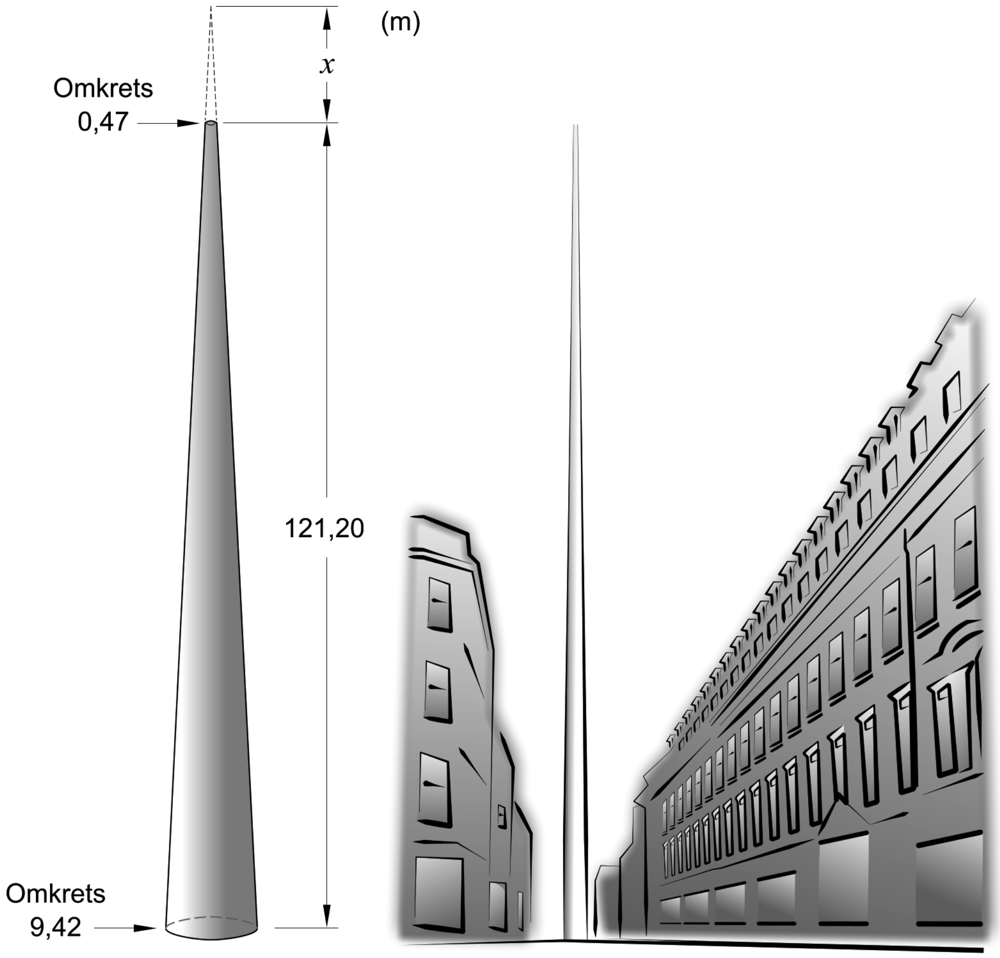
Bestäm hur hög blomställningen skulle ha varit på morgonen den 9 juli 2013 om den fortsatte att växa i samma takt enligt det linjära sambandet. (0/3/0)

21. Figuren visar två rätvinkliga trianglar.



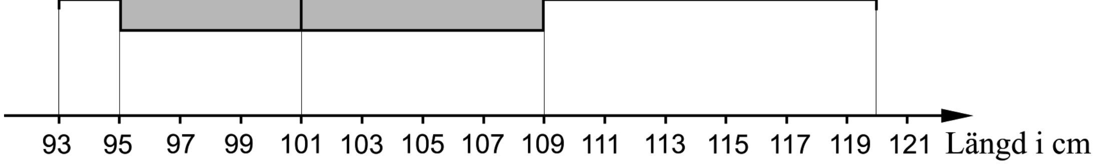
Visa att $z > y$ för alla värden på x då $x > 1$ (0/2/0)

22. Monument of Light är ett konstverk i Dublin. Konstverket är tillverkat i rostfritt stål och har formen av en kon där toppen är borta. Konstverkets omkrets är 9,42 m vid marken och smalnar av till omkretsen 0,47 m högst upp, se figur.



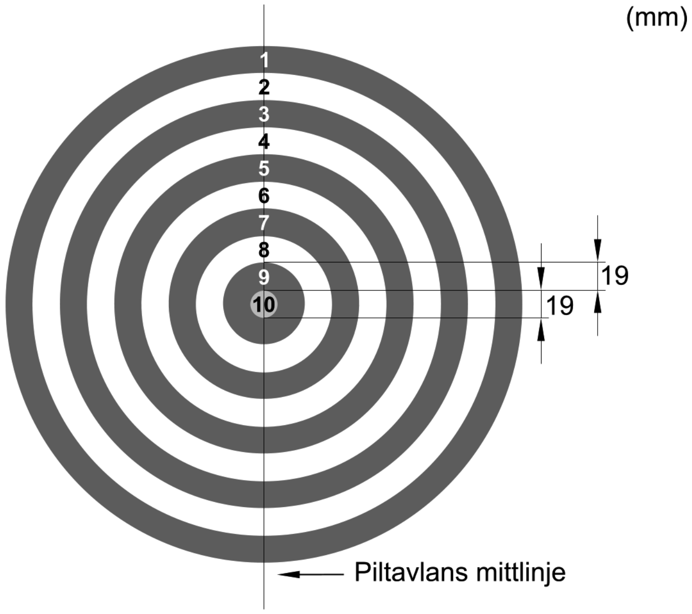
Bestäm, genom att beräkna x i figuren, hur mycket högre konstverket skulle vara om det hade haft en konformad topp. (0/3/0)

23. På ett barnkalas mäter en förälder längden på alla 7 barnen. Han avrundar alla uppmätta längder till hela cm och sammanställer resultatet i ett lådagram, se figur.

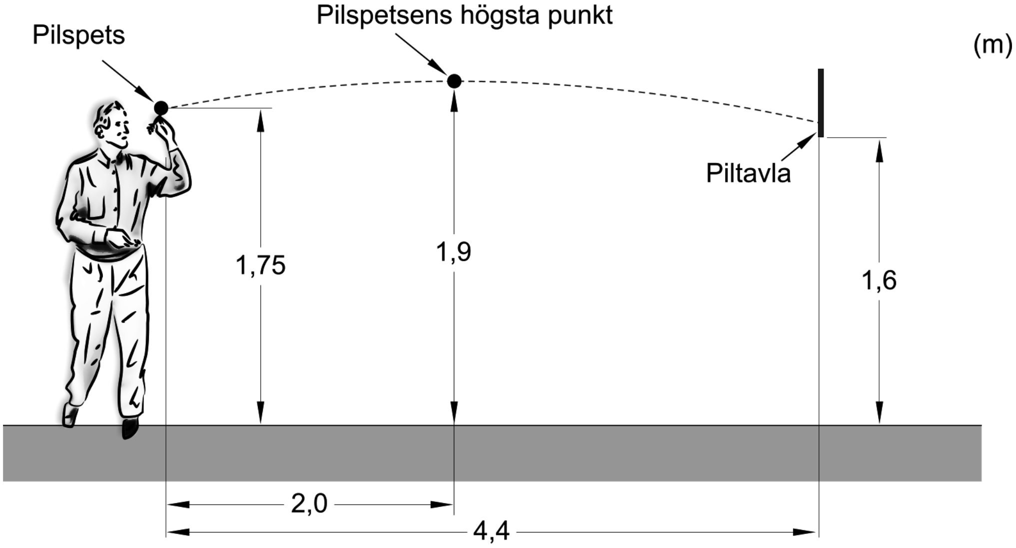


Undersök inom vilket intervall medelvärdet av de avrundade längderna kan ligga. (0/1/1)

24. Arne kastar pil mot en piltavla som är indelad i tio ringformade fält. Vart och ett av fälten har bredden 19 mm och är markerat med ett tal. Talen är placerade på tavlans mittlinje. Se bild.

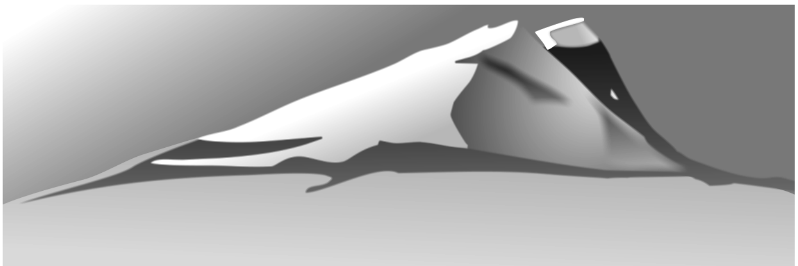


Arne kastar pilen och då den lämnar hans hand är det horisontella avståndet mellan piltavlan och pilspetsen 4,4 m. Pilspetsen är då 1,75 m över marken. 2,0 m längre bort i horisontell led når den sin högsta höjd på 1,9 m. Under sin färd genom luften följer pilspetsen formen av en andragradskurva och träffar piltavlans mittlinje. Piltavlans underkant sitter på höjden 1,6 m. Se figur.



Avgör vilket fält pilspetsen träffar vid Arnes pilkast. (0/0/4)

25. Allt levande material innehåller kol-14. När växter och djur dör tillförs inget nytt kol och mängden kol-14 minskar. Hösten 2006 hittades en gammal sko av djurskinn i glaciären i Jotunheimen i Norge.



Med hjälp av kol-14-metoden kan åldern på skon bestämmas.
Efter 5730 år har mängden kol-14 minskat till hälften av den ursprungliga mängden kol-14 enligt modellen

$y = C \cdot 2^{-kx}$

där y är den mängd kol-14 som finns kvar och x är tiden i år efter att mängden kol-14 började minska. I modellen är C och k konstanter.

Bestäm vilken ålder djurskinnet i skon hade år 2006 om mängden kol-14 var 65,5 % av den ursprungliga mängden kol-14. (0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2c. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{}$, $\sqrt[n]{}$, $f(x)$, x, y, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maxi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad rät linje	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($y = 2x + 1$)	+1 E_P
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($42°$)	+1 E_B
3.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (2)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (1,5)	+1 E_B
4.		**Max 1/3/0**
a)	Korrekt svar ($x = \pm 3i$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = 1,25$)	+1 C_P
c)	Korrekt svar ($x = 15$)	+1 C_P
d)	Korrekt svar ($x = \dfrac{\lg 8}{2 \lg 5}$)	+1 C_P
5.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (2,5)	+1 C_B

6. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ($x^2 - 9$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($\lg x^4$) +1 C_P

c) Korrekt svar (x^2) +1 A_P

7. **Max 1/0/1**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0,6) +1 E_B

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (400) +1 A_{PL}

8. **Max 0/0/2**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning, t.ex. ”då x är 6 eller mer och mindre än 8” *eller* t.ex. $6 < x < 8$ +1 A_B

med korrekt använda olikhetstecken ($6 \leq x < 8$) +1 A_K

Instruktioner för bedömning av delprov C

9. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5$, $x_2 = -1$) +1 E_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar k-värdet korrekt för linjen genom de givna punkterna, $k = 9$ +1 E_P

med godtagbart enkelt resonemang med korrekt slutsats +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

11. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $\frac{14}{2}=\left(\frac{3,9}{1,3}\right)^{x}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x=\frac{\lg 7}{\lg 3}$) +1 C_{PL}

12. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 C_{P}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x=-2,5;\ y=5;\ z=-3$) +1 C_{P}

13. **Max 0/1/1**

a) Godtagbart välgrundat resonemang med godtagbar slutsats +1 C_{R}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{2b^2}{a}+c$) +1 A_{P}

14. **Max 0/0/2**

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som innefattar att diskriminanten $\left(\frac{a}{2}\right)^2-\frac{2}{a}$ ska vara mindre än noll +1 A_{R}

med fortsatt resonemang som leder till att $a<2$ för att funktionen *f* ska sakna nollställen +1 A_{R}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. ersätter a med $16-b$ i det kvadratiska medelvärdet och förenklar till $256-32b+2b^2=200$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\sqrt{28}$) +1 A_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

16. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t.ex. $y = x + 3$) +1 E_{PL}

17. **Max 2/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang om hur Josef ska ändra inställningarna +1 E_R

Godtagbart enkelt resonemang där det framgår hur Josef kan se skillnad mellan funktionernas grafer +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

18. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (poliovaccinpaket och vätskeersättning) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna x eller y korrekt +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (24 gåvokort med poliovaccinpaket och 66 gåvokort med vätskeersättning) +1 E_M

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att $1{,}70 = \mu + 2\sigma$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1759) +1 E_{PL}

20. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $5{,}0 \le k \le 7{,}0$ +1 C_M

med godtagbar bestämning av sambandet utifrån den godtagbart anpassade linjen, t.ex. $y = 5{,}94x + 160$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sambandet (t.ex. 202 cm) +1 C_M

Kommentar: Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

21. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang genom att teckna en ekvation för z^2 och en ekvation för y^2
eller
genom att teckna en ekvation för z och en ekvation för y +1 C_R

med i övrigt fortsatt välgrundat resonemang där det visas att $z > y$ +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

22. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett godtagbart samband utifrån likformighet, t.ex. $\frac{0,47}{9,42} = \frac{x}{x + 121,20}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,4 m) +1 C_{PL}

Kommentar: För att lösningen ska anses godtagbar och den andra problemlösningspoängen ska erhållas ska antingen diametern alternativt radien användas i likformighetssambandet *eller* så ska en godtagbar motivering ges till varför omkretsen kan användas, t.ex. genom hänvisning till längdskala.

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, anger godtagbart var i lådagrammet de sju värdena ska placeras, t.ex. att värdena 93, 101 och 120 finns med och att av de övriga värden ligger två i intervallet $93 \le \text{längd} \le 101$ och två i intervallet $101 \le \text{längd} \le 120$ +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($102 \le \bar{x} \le 104$) +1 A_B

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

24. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, bestämmer koordinaterna för minst tre punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem
eller
bestämmer koordinaterna för två punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem samt visar insikt i att symmetri gäller +1 A_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer en godtagbart anpassad andragrads-funktion, t.ex. $y=-0,0375x^2+0,15x+1,75$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Arnes pil hamnar i fält 5”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer ett godtagbart värde på *k*, $1,745\cdot 10^{-4}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3500 år) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 9

Elevlösningsexempel 9.1 (0 poäng)

$$x^2-4x-5=0$$

$$x=-2\pm\sqrt{2^2+5}$$

$$x=-2\pm 3$$

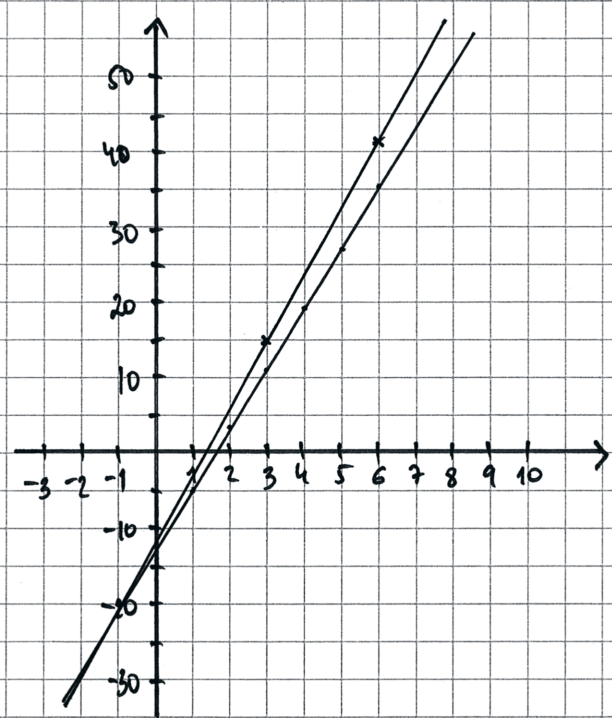
$$x_1=1$$

$$x_2=-5$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 10

Elevlösningsexempel 10.1 (1 Ep)



Svar: Linjen är inte parallell med linje $y=8x-13$.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en grafisk lösning som anses vara tillräckligt noggrann för att kunna dra slutsatsen att linjerna inte är parallella. Kraven för resonemangspoäng på E-nivå anses inte vara uppfyllda eftersom motivering till varför linjerna inte är parallella saknas.

Elevlösningsexempel 10.2 (1 EP)

Punkter $= (3, 15), (6, 42)$

$K = \frac{27}{3}$

$K = 9$

Svar: linjerna är ej parallella

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart beräknad riktnings-koefficient för linjen genom de givna punkterna. Kraven för resonemangspoäng på E-nivå anses inte vara uppfyllda eftersom det inte framgår hur slutsatsen dras.

Elevlösningsexempel 10.3 (1 EP och 1 ER)

$(3, 15) - (6, 42)$ $\quad K = 9 \quad y = 8x - 13$

$(6, 42) - (3, 15)$ $\quad k = 8$

$3, 27 \quad \frac{27}{3} = 9 \quad 9 \neq 8$ Nej!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart beräknad riktnings-koefficient för linjen genom de givna punkterna. Även om motiveringen är knapphändig anses kraven för resonemangspoäng på E-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 13a

Elevlösningsexempel 13a.1 (1 CR)

På y-axeln är $x = 0$

$y = ax^2 + bx + c \qquad y = -bx + c$

$y(0) = c \qquad y(0) = c$

Dvs. båda kurvorna går genom $(0, c)$

V.S.V.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar med ett välgrundat resonemang att den ena skärningspunkten har koordinaterna $(0, c)$ och att den därmed ligger på y-axeln. Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13a.2 (1 C_R)

Båda funktionerna har konstanttermen c, vilket visar att båda skär y-axeln då $y = C$ V.S.V.

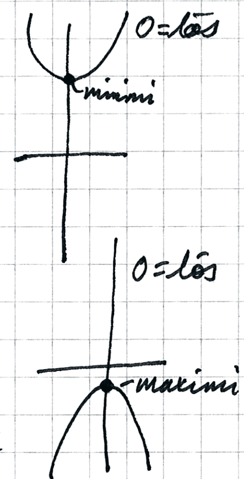
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat resonemang som baseras på att båda ekvationerna ”har konstanttermen *c*”. Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$f(x) = ax^2 - a^2 \cdot x + 2$

om vi vill att andragradsfunktionen inte ska ha några nollställen så behöver vi få parapeln att antingen ha en hög negativ maximipunkt eller en hög siffra för den positiva minimi-punkten. Dessutom sår vet vi att om diskriminanten blir mindre än noll i ekvationen så har vi inga reella rötter = 0 lösningar.



Elevlösningsexempel 14.2 (0 poäng)

$f(x) = ax^2 - a^2x + 2$

$0 = ax^2 - a^2x + 2$ (pq-formeln)

$$x = \frac{a^2}{2} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{a^2}{2}\right)^2 - 2}}$$

ska vara < 0 då blir det ett imaginärt tal och har inga nollställen. på x-axeln

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösningsexempel 1 och 2 visar förståelse för att diskriminanten ska vara < 0 men eftersom diskriminanten saknas (elevlösningsexempel 1) respektive är felaktig (elevlösningsexempel 2) anses inte kraven för den första resonemangspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningarna ges noll poäng.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 A_{PL})

$$\frac{a+b}{2}=8 \qquad a+b=16$$

$$a=16-b$$

$$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=10$$

$$\sqrt{\frac{(16-b)^2+b^2}{2}}=\sqrt{\frac{16^2-32b+b^2+b^2}{2}}=$$

$$16\cdot16 \quad 96 \quad 256$$

$$=\sqrt{\frac{256}{2}-16b+b^2}$$

$$\sqrt{\frac{256}{2}-16b+b^2}=10 \qquad \frac{256}{2}=128$$

$$128-16b+b^2=100$$

$$b^2-16b+28=0$$

$$b=8\pm\sqrt{64-28} \qquad 64-28=36$$

$$b=8\pm6$$

$$b_1=14 \quad b_2=2$$

$$a+b=16$$

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{14\cdot2}=\sqrt{28}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Efter beräkning av b_1 och b_2 saknas beräkning av a_1 och a_2. Trots detta anses kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 17

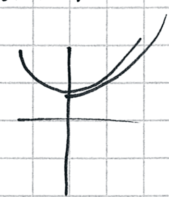
Elevlösningsexempel 17.1 (0 poäng)

Svar: Han kan via fönstret (WINDOW) göra
en större xmin-värde, för då kommer man
kunna se att ena linjen går i en kurva uppåt,
medans andra kurvan börjar vid en punkt.
Den som kurvar uppåt är en andragradsfunk-
tion och den andra är en exponentialfunktion.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förklaring till hur fönstret ska ändras men det är inte helt klart vad som menas med ”en större *x*min-värde”. Kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. Vidare är det oklart vilken sida om *y*-axeln som andragradsfunktionen ”kurvar uppåt”. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 17.2 (2 E_R)

Om mer av x-axeln åt vänster syns ser
man när andragradsfunktionen ökar i
y-värde igen



dvs. andragradsfunktionen kommer
att stiga i värde igen eftersom min-
punkten syns

Svar: Flytta fönstret åt vänster.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förklaring där det framgår att fönsterinställningen ska ändras så att ”mer av *x*-axeln åt vänster syns”. Därmed anses kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Förklaringen till hur funktionerna ser ut till vänster om *y*-axeln är otydlig. Förklaringen tydliggörs av de skissade kurvorna trots att grafen till exponentialfunktionen startar på *y*-axeln. Sammantaget anses kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå vara nätt och jämnt uppfyllda.

Uppgift 18b

Elevlösningsexempel 18b.1 (0 poäng)

$$\begin{cases} x + y = 90 & (1) \\ 240x + 140y = 15000 & (2) \end{cases}$$

uträknat mha miniräknare

Hon har valt att köpa 24 poliovaccinpaket och 66 vätskeersättningspaket.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en miniräknarlösning där det inte framgår hur miniräknaren har använts. Detta anses inte vara tillräckligt för en godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 18b.2 (1 E_M)

$x + y = 90 \Rightarrow y = 90 - x$

$240x + 140y = 15000$

$240x - 140x + 12600 = 15000$

$100x = 2400$

$x = 24$

$90 - 24 = 66 = y$

$24 \cdot 240 + 66 \cdot 140$

$5760 + 9240 = 15000$

Svar: $x = 24$

$y = 66$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart löst ekvationssystem. Eftersom variablerna varken är definierade i början av lösningen eller i svaret anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. Elevlösningen ges den första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 18b.3 (2 E$_M$)

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot\ 30 \\ \hline 7200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ \cdot\ 60 \\ \hline 8400 \end{array}$$

15600

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot\ 20 \\ \hline 4800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ \cdot\ 70 \\ \hline 9800 \end{array}$$

14600

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot\ 24 \\ \hline 5760 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ \cdot\ 66 \\ \hline 9240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9240 \\ +\ 5760 \\ \hline 15000 \end{array}$$

Svar: 24st poliovaccinpaket 240kr

och 66st vätskeersättning 140kr

$y = 66$

$x = 24$

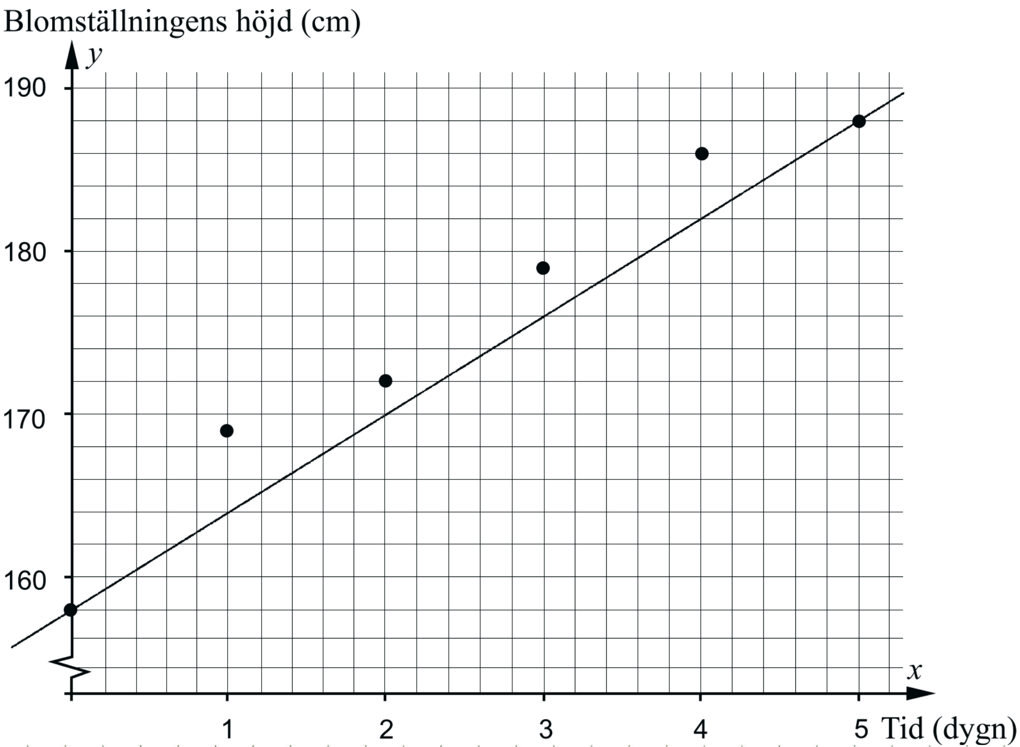
$x + y = 90$

$240x + 140y = 15000$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en lösning som bygger på prövning av tre specialfall vilket anses motsvara en systematisk prövning. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (0 poäng)



$y = kx + m$

$(0, 158)$ och $(5, 188)$ ger

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{188 - 158}{5 - 0} = \frac{30}{5} = 6 = k$

$m = 158$

$y = 6x + 158$

9 juli $\Rightarrow$ 7 dagar $\Rightarrow x = 7$

$y = 6 \cdot 7 + 158 = 200$

Svar: Den skulle nu blivit 2 m hög.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en ansats där linjen dras genom första och sista punkten vilket inte anses vara en godtagbar anpassning. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösningsexempel 20.2 (0 poäng)

1 dygn = 11cm
2 dygn = 3cm
3 dygn = 7cm
4 dygn = 7cm
5 dygn = 2cm

Tillväxten/dygn

Jag räknar ut genomsnittstillväxten =>
30cm/5 dygn = 6cm/dygn i snitt
Eftersom det återstår 2 dygn till 9 juli
gångrar jag genomsnittet med 2.
6cm · 2 = 12 cm och + det på växten den
7 juli. =>
188 cm + 12cm = 200 cm
Svar: 200 cm 9 juli 2013

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en beräkning av växtens genomsnittliga tillväxt under 5 dygn. Detta är inte en godtagbar metod eftersom det innebär att det endast är första och sista punkten som används. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösningsexempel 20.3 (3 C_M)

Jag använde mig av linjär regression på räknaren

$y = 5{,}942857143x + 160{,}4761905$

$9 - 2 = 7$ dygn efter 2:a juli

$y = (5{,}942857143 \cdot 7) + 160{,}4761905 \approx$

≈ 202 cm

Svar:

Blomställningen skulle vara ca: 202 cm hög.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar anpassning med räknare. Lösningen anses uppfylla kraven för alla tre modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (1 C_R)

$Y^2 = X^2 + X^2$

$Y^2 = 2X^2$

$Z^2 = (X+1)^2 + (X-1)^2$

$Z^2 = (X^2 + 2X + 1) + (X^2 - 2X + 1)$

$Z^2 = 2X^2 + 2$

Svar: Så länge $x > 1$ så är $z > Y$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt tecknade ekvationer för z^2 och y^2. Trots att hänvisning till Pythagoras sats saknas anses kraven för den första resonemangspoängen vara uppfyllda. Slutsatsen i svaret dras inte utifrån uttryck för z och y och motivering saknas till varför $z^2 > y^2$ medför att $z > y$. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

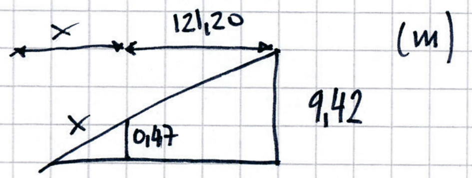
Elevlösningsexempel 21.2 (2 C_R)

$$y = \sqrt{x^2+x^2} = \sqrt{2x^2}$$
$$z = \sqrt{(x+1)^2+(x-1)^2} = \sqrt{x^2+2x+1+x^2-2x+1} = \sqrt{2x^2+2}$$
$$\Rightarrow \sqrt{2x^2+2} > \sqrt{2x^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt tecknade ekvationer för z och y. Trots att hänvisning till Pythagoras sats saknas anses kraven för den första resonemangspoängen vara uppfyllda. På sista raden dras ingen tydlig slutsats men lösningen anses trots detta nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen på C-nivå. Sammantaget ges lösningen båda resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 C_{PL})



$$9{,}42 - 0{,}47 = 8{,}95$$
$$\frac{0{,}47}{8{,}95} = \frac{x}{121{,}20} = 0{,}0525\ldots$$
$$0{,}0525\ldots \cdot 121{,}20 = x = 6{,}36$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en beräkning som grundar sig på likformighet hos trianglar. Motivering saknas till varför omkretsen kan användas i likformighetssambandet och därmed uppfylls inte kraven för andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Ta reda på x

$$R_1 = \frac{9{,}42}{\pi 2} = 1{,}5$$

$$R_2 = \frac{0{,}47}{\pi 2} = 0{,}0748$$

$$\frac{x}{0{,}0748} = \frac{121{,}20 + x}{1{,}5}$$

$$1{,}5x = 9 + 0{,}0748x$$

$$1{,}4252x = 9$$

$$x \approx 6{,}3$$

Svar: Den hade varit $\approx 6{,}3$ m högre

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation saknas förklaringar till vad R_1 och R_2 betecknar samt att det är likformighet som används. I övrigt är lösningen välstrukturerad, möjlig att följa och förstå och symboler används på ett godtagbart sätt. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 C$_B$)

Om vi testar att ta de två okända och väljer de minsta möjliga alltså 96 och 102 då får vi uträkningen

$$\text{medelvärdet} = \frac{93+95+96+101+102+109+120}{7} =$$

$\approx 102\,\text{cm}$

Nu testar vi att ta de två högsta okända alltså 100 och 108.

$\text{medelvärdet} = 93+95+100+101+108+109+120 =$

$\approx 104\,\text{cm}$

medelvärdet kan ligga mellan 102 och 104cm

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar var i lådagrammet de sju värdena ska placeras. Därmed anses kraven för begreppspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Eftersom ingen förståelse visas för att några av barnen kan ha samma längd anses inte kraven för begreppspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 23.2 (1 C_B och 1 A_B)

101 109

93 95 95 101 101 109 120

minsta $\bar{x} = 102$

största $\bar{x} = 104$

Medelvärdet av längderna kan ligga

$\boxed{\text{från 102 till 104}}$

Jag räknade ut största och minsta möjliga medelvärde

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar var i lådagrammet de sju värdena ska placeras. Trots att lösningen är knapphändig visas förståelse för att några av barnen kan ha samma längd och vilka längder som ger det största respektive det minsta medelvärdet. Kraven för begreppspoäng på A-nivå anses trots den knapphändiga redovisningen vara nätt och jämnt uppfyllda.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 A_M och 1 A_K)

Angivna punkter om vi sätter där pilen startar som (0, 0), där pilen når sin högsta punkt är (2,0 ; 0,15) och pilen landar är (4,4 ; y).

Eftersom att maximipunkten är där x = 2 och nollställena är lika långt ifrån varandra och ett nollställe är x = 0, måste det andra vara x = 4
2 − 2 = 0 2 + 2 = 4

$ax^2+bx+c=0$, tre angivna koordinater: (0, 0), (2; 0,15) och (4, 0).

Använder miniräknaren, QuadReg och får en andragradare med a = −0,0375, b = 0,15, c = 0.

Fortsättning på nästa sida.

Ritar min andragradare i räknaren $x=4,4$ medför
att $y=-0,066$ som innebär att pilen tappat 0,066 m
i höjd under färden. Pilen befinner sig
$1,75-0,066=1,684$ m över marken. $1,684-1,6=0,084$ m=
=84 mm upp på tavlan. $\frac{84}{19}=4,42$
Alltså befinner sig pilen på fält 4.
Svar: Fältet där man får 4 poäng.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med ett felaktigt svar. I och med att svaret blir fel anses inte kraven för den tredje modelleringspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och behandlar uppgiften i sin helhet. Trots att den tredje modelleringspoängen inte ges anses elevlösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.

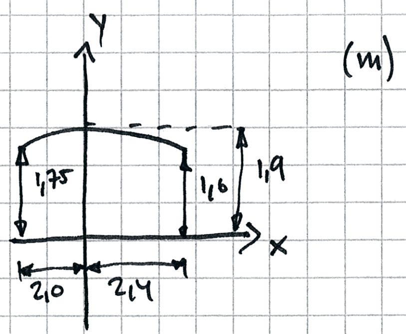
Elevlösningsexempel 24.2 (3 A_M och 1 A_K)

Punkt 1 $(0;1,75)$
sym. 2 $(2;1,9)$
3 $(4;1,75)$

kvadreg
$y=-0,0375x^2+0,15x+1,75$
när $x=4,4$ $y=1,684$
vilket ger 84 mm upp på tavlan
$\frac{84}{19}=4,42$
det betyder att han träffade
circel nr 5

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en räknarlösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå samt innehåller alla väsentliga delar även om förklaringar och motiveringar är knapphändiga. Sammantaget ges lösningen de tre modelleringspoängen på A-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 24.3 (3 AM och 1 AK)



①

$Y = ax^2 + bx + c$

$b = -(0 \cdot 2) = 0$

$c = 1{,}9$

$a = ?$

$\Rightarrow Y = ax^2 + 1{,}9$

② (ej skalenlig)

sätter:

$x = -2{,}0$ och vet att då är $y = 1{,}75$

$y = ax^2 + c$

$1{,}75 = a \cdot -2{,}0^2 + 1{,}9$ $-1{,}9$ $-1{,}9$

$\frac{-0{,}15}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$

$a = -0{,}0375 \Rightarrow y = -0{,}0375x^2 + 1{,}9$

$x = 2{,}4$ m ger:

$Y = -0{,}0375 \cdot 2{,}4^2 + 1{,}9 = 1{,}684$ m

tavlans nederkant sitter 1,6 m från marken.

$1{,}684 - 1{,}6\,m = 0{,}084\,m = 84$ mm

Pilen träffar 84 mm från tavlans nederkant.

$\frac{84}{19} \approx 4{,}4$

Pilen träffar 4,4 fält från tavlans nederkant, alltså i det 5:e

Svar: Pilen träffar i 5poängs fältet.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts y-axeln som symmetrilinje vilket gör att de två punkterna $(-2; 1,75)$ och $(0; 1,9)$ är tillräckliga för bestämning av andragradsfunktionen och därmed anses det även att det visats insikt i att symmetri måste gälla. När det gäller kommunikation innehåller lösningen alla väsentliga delar. Trots att det inte är tydligt hur konstanten b beräknas anses lösningen i övrigt vara lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen de tre modelleringspoängen på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 AM)

$$\begin{cases} 0{,}5 = C \cdot 2^{-k \cdot 5730} & (1) \\ 0{,}655 = C \cdot 2^{-kx} & (2) \\ 1 = C \cdot 2^{-k \cdot 0} \Rightarrow C = 1 & (3) \end{cases}$$

$$(1)\quad 0{,}5 = 2^{-k \cdot 5730} \Rightarrow -5730k = \frac{(\lg 0{,}5)}{(\lg 2)} = -1$$

$$\Rightarrow k = 1{,}745 \cdot 10^{-4}$$

$$(2)\quad 0{,}655 = 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} x} \Rightarrow -1{,}745 \cdot 10^{-4} x = \frac{\lg 0{,}655}{\lg 2} =$$

$$-0{,}61043 \Rightarrow x = \frac{-0{,}61043}{-1{,}745 \cdot 10^{-4}} \approx 3498$$

Svar: Skon var ca 3500 år

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. När det gäller kommunikation är lösningen inte lätt att följa och förstå eftersom de två första ekvationerna saknar *C* i vänsterledet och bestämningen av *C* i den tredje ekvationen är otydlig. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 AM och 1 AK)

$y = C \cdot 2^{-kx}$

C är grundmängden (100% = 1)

$0{,}5 = 1 \cdot 2^{-k \cdot 5730}$

$\lg 0{,}5 = \lg 2^{-k \cdot 5730}$

$\lg 0{,}5 = -k \cdot 5730 \cdot \lg 2$

$k = \frac{\lg 0{,}5}{\lg 2} / -5730 \approx 1{,}745 \cdot 10^{-4}$

dvs. $y = C \cdot 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$0{,}655 = 1 \cdot 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$\lg 0{,}655 = \lg 2^{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$\lg 0{,}655 = -1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot x \cdot \lg 2$

$x = \frac{\lg 0{,}655}{-1{,}745 \cdot 10^{-4} \cdot \lg 2}$

$x \approx 3498$ SVAR: 3500 år

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. När det gäller kommunikation är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Elevlösningsexempel 25.3 (2 A$_M$ och 1 A$_K$)

Halveringstid kol-14 = 5730 år

$y = C \cdot 2^{-kx}$ kan skrivas $y = y_0 \cdot (1/2)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$

Där y = % efter t antal år

y_0 = % vid start → $y_0 = C$

t = tid som passerat

$t_{1/2}$ = halveringstid → k = konstant

$65{,}5\% = 0{,}655 \qquad 100\% = 1$

$0{,}655 = 1 \cdot (1/2)^{\frac{t}{5730}}$

$\lg(0{,}655) = \lg(0{,}5) \cdot t/5730$

$\frac{\lg(0{,}655)}{\lg(0{,}5)} = \frac{t}{5730}$

$0{,}61 = \frac{t}{5730}$

$t = 3497$

Svar: Skon var drygt 3500 år gammal, när den hittades 2006

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. När det gäller kommunikation skrivs den givna modellen om till $y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$ utan härledning. I övrigt är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.