

Part B	Problems 1–10 which only require answers.
Part C	Problems 11–17 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D).
Together they give a total of 57 points consisting of 21 E-, 20 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 22 points of which 6 points on at least C-level

C: 29 points of which 11 points on at least C-level

B: 37 points of which 5 points on A-level

A: 44 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

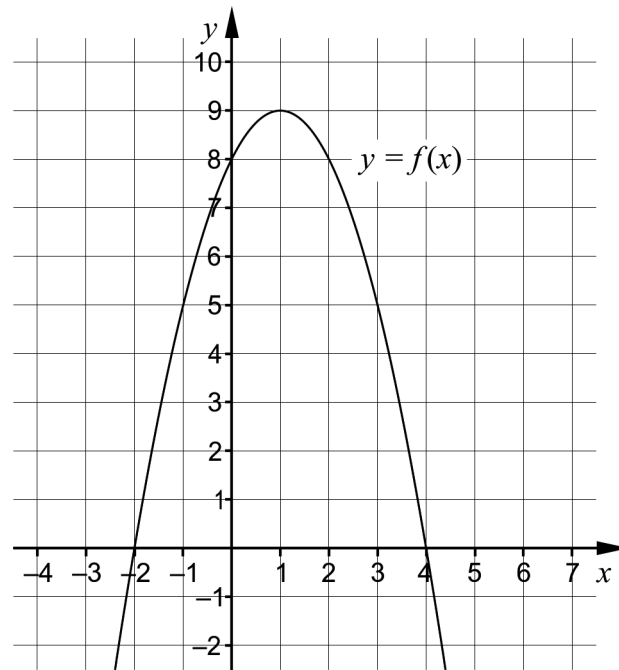
Name: _____

Date of birth: _____

Educational programme: _____

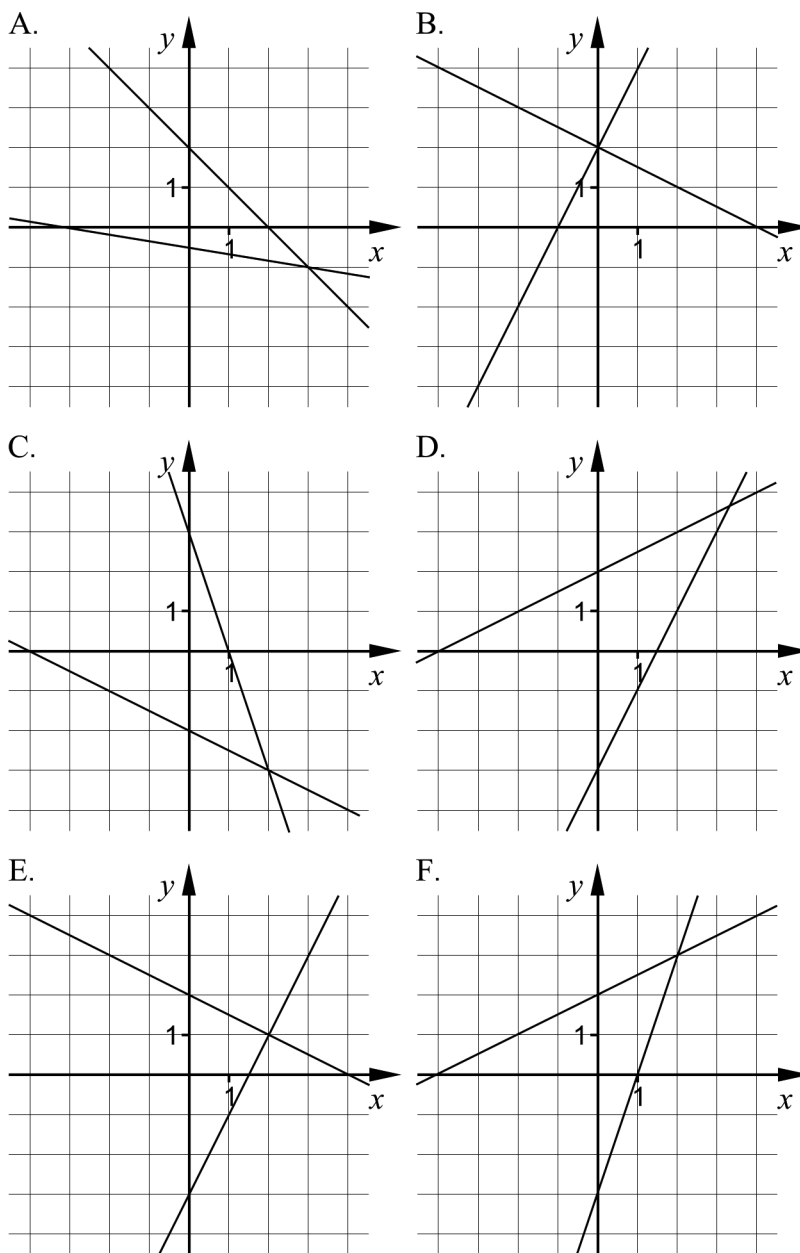
Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. The figure shows the graph of the quadratic function f .



- a) Determine the zeros of the function. _____ (1/0/0)
- b) Determine the maximum value of the function. _____ (1/0/0)

2. The coordinate systems A–F show graphical representations of systems of linear equations.



- a) One of the coordinate systems A–F shows the system of equations

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

Which one?

_____ (1/0/0)

- b) Mark the solution of the system of equations $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

in the chosen coordinate system.

(1/0/0)

3. Simplify the expressions as far as possible.

a) $\lg 18 - \lg 6$ _____ (1/0/0)

b) $(3b - 2)^2 - (b + 4)$ _____ (0/1/0)

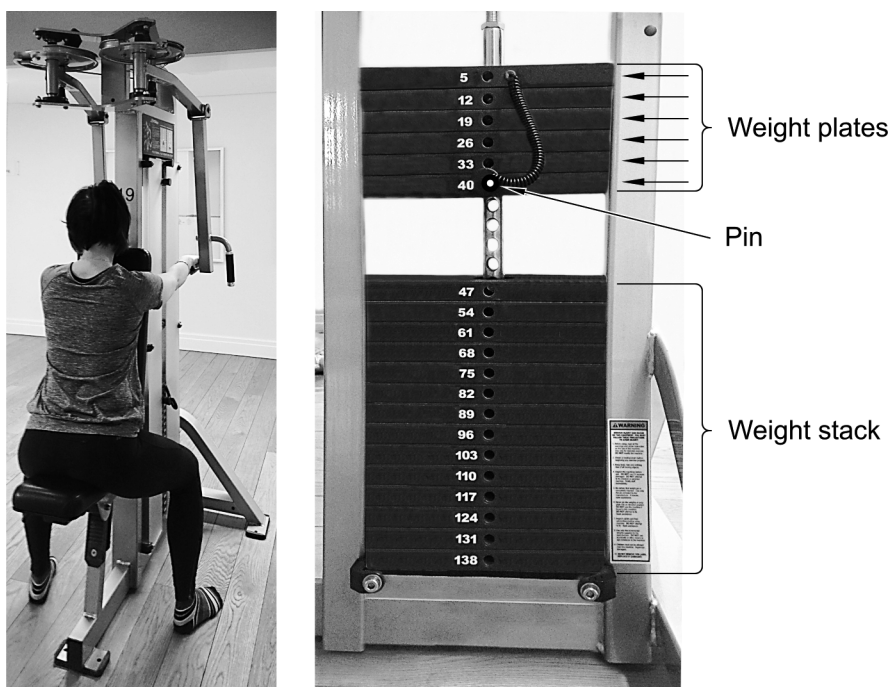
4. Solve the equations and give an exact answer.

a) $5^x = 20$ _____ (1/0/0)

b) $\sqrt{x - 3} = 6$ _____ (1/0/0)

c) $3^{2x} = 2 \cdot 3^x$ _____ (0/1/0)

5. Lena works out in a gym and uses a machine to exercise her back. By inserting a pin in a weight plate in the weight stack of the machine, she can choose which total weight she wants to use. See pictures.



The smallest weight the machine can be set to is 5 kg and the weight plate is then marked 5. After this, the weight plates are marked 12, 19, 26, ..., 138 according to the table.

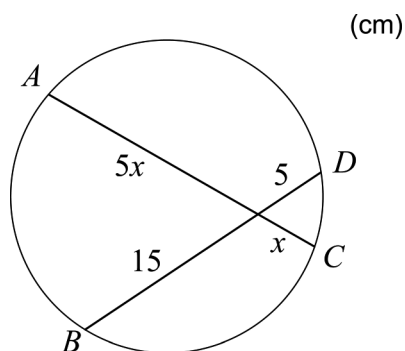
Number of weights	Total weight in kg
1	5
2	12
3	19
4	26
...	...
20	138

Let y be the total weight in kg that Lena uses and let x be the number of weight plates she chooses in the weight stack.

Write down a function describing how the total weight, y kg, depends on the number of chosen weight plates x .

_____ (0/1/0)

6. The figure shows a circle with two chords AC and BD passing through a common point, with the lengths of the segments given.



Calculate the length of the chord AC . Give an exact answer.

_____ (0/1/0)

7. Two of the alternatives A–F give a solution to the equation $x^2 + 3 = 0$
Which two?

A. $x = -\sqrt{3}$

B. $x = i\sqrt{3}$

C. $x = 3\sqrt{i}$

D. $x = -i\sqrt{3}$

E. $x = -3\sqrt{i}$

F. $x = \sqrt{3}$

_____ (0/1/0)

8. Calculate the value of the expression $4444^2 - 4443^2$

Hint: Can be solved using the conjugate rule.

_____ (0/1/0)

9. To check that all cinnamon rolls baked at a bakery have approximately the same weight, the cinnamon rolls are weighed. It turns out that the weight is normally distributed, with mean weight 80 g.



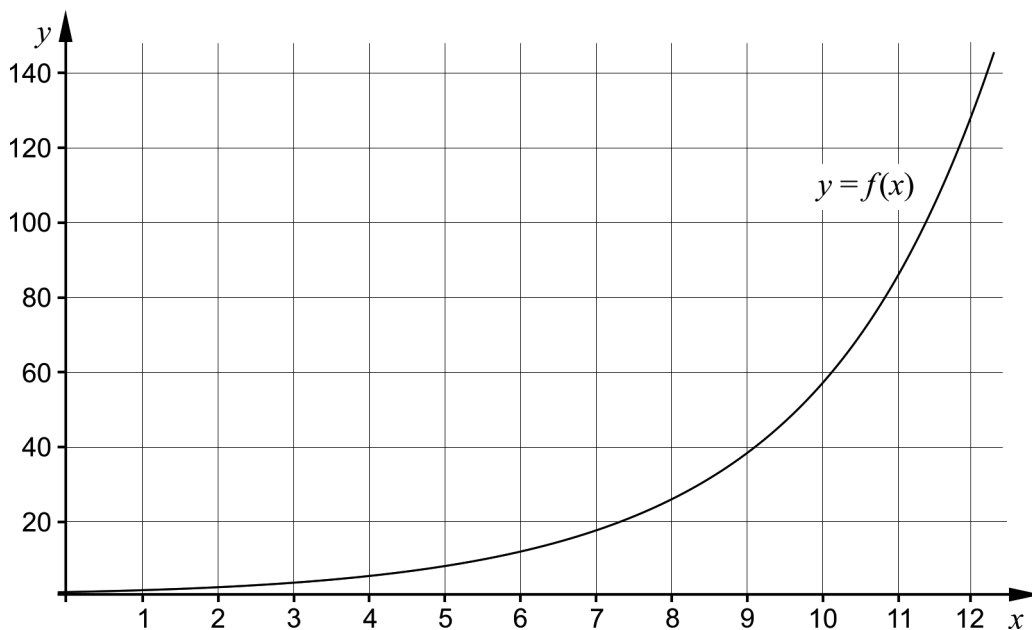
Of all the cinnamon rolls, 81.8% are expected to weigh between 77 and 86 g.

- a) Write down the standard deviation. _____ (0/1/0)

As a rule, the bakery doesn't sell the cinnamon rolls that deviate two standard deviations or more from the mean weight 80 g.

- b) Write down the weights, v gram, of the cinnamon rolls that the bakery doesn't sell. _____ (0/0/2)

10. The figure shows the graph of an exponential function f .

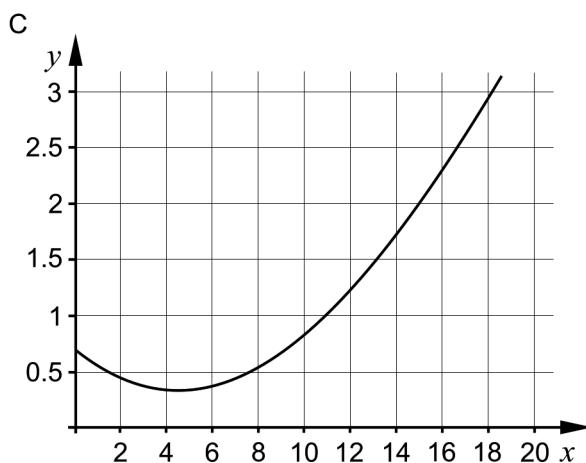
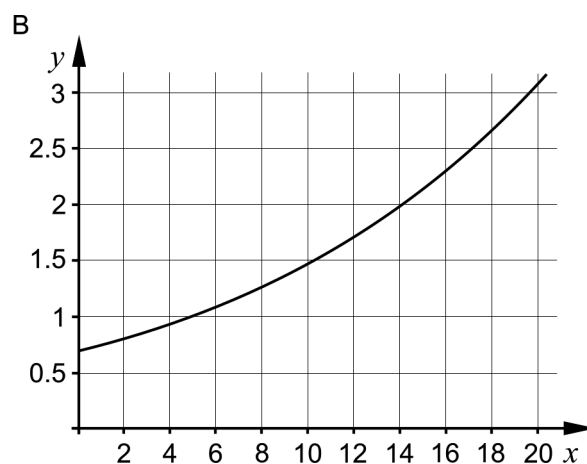
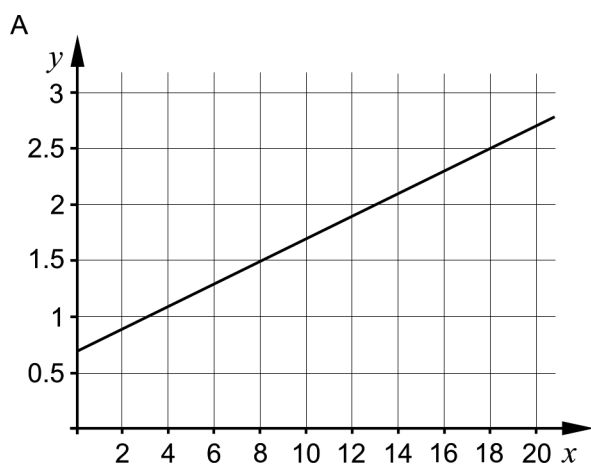


Use the graph to determine x when $\lg f(x) = 2$ _____ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

11. A cooperative apartment was bought in January in the year 2000 for 700 000 SEK and sold in January in the year 2016 for 2.3 million SEK.

The graphs A, B and C show three different possible models for the value change for the cooperative apartment where y is the value of the cooperative apartment in millions of SEK and x is the time in years from January in the year 2000.



- a) One of the graphs shows that the yearly change in percent of the value of the cooperative apartment has been the same between the years 2000 and 2016. State which of the graphs this is, and justify your answer.
- b) Assume that the change in value continues with the same yearly change in percent after the year 2016. Use the graph to determine how much the cooperative apartment would be worth in January in the year 2018.

(1/0/0)

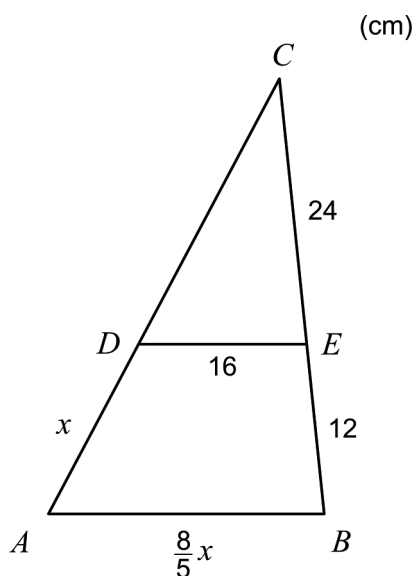
Only answer is required (1/0/0)

12. The figure shows the initial steps of three algebraic solutions of the equation $x^2 + 4x - 5 = 0$

Method A:	$x^2 + 4x - 5 = 0$ $x = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-5)}$
Method B:	$x^2 + 4x - 5 = 0$ $x = -\frac{4}{2 \cdot 1} \pm \frac{\sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$
Method C:	$x^2 + 4x - 5 = 0$ $(x+2)^2 - 4 - 5 = 0$

- a) Choose one of the methods A, B or C and explain briefly what has been done in the initial steps of the solution. (1/0/0)
- b) Continue solving the equation $x^2 + 4x - 5 = 0$ according to the chosen algebraic method. (1/0/0)
13. The graph of a quadratic function f has one of its zeros in $x = 3$ and its maximum in the point $(0, 18)$.
- For the quadratic function f it holds that $f(x) = Ax^2 + Bx + C$. Determine the function f . (1/2/0)

14. In the triangle ABC , the line segment DE is parallel to the side AB . See figure.



Calculate the length of the line segment AD .

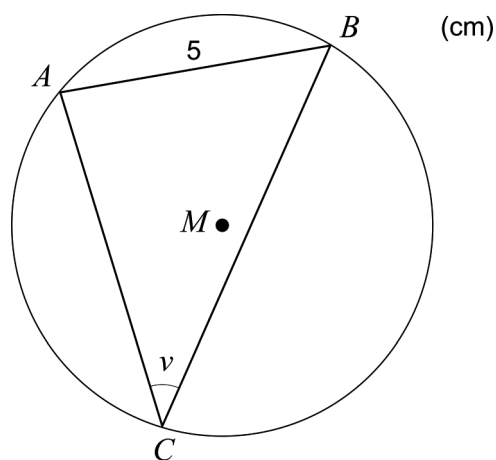
(0/3/0)

15. Assume that a , b and c are three consecutive integers, where $a < b < c$.

Investigate whether the expression $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$ is always an integer for all such consecutive integers a , b and c .

(0/0/3)

16. In a circle with diameter 10 cm and centre M , a triangle ABC is inscribed so that all the vertices of the triangle lie on the perimeter of the circle.



Calculate the angle v .

(0/0/2)

17. Solve the equation $\sqrt{11 - \sqrt{x - \sqrt{x + 2}}} = 3$

(0/0/2)

Part D	Problems 18–25 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D).
Together they give a total of 57 points consisting of 21 E-, 20 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 22 points of which 6 points on at least C-level

C: 29 points of which 11 points on at least C-level

B: 37 points of which 5 points on A-level

A: 44 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: _____

Date of birth: _____

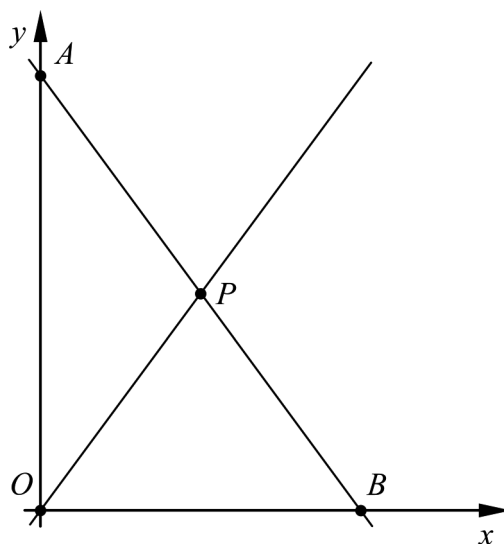
Educational programme: _____

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

18. A straight line L passes through the two points $(63, 125)$ and $(114, 227)$.

- a) Determine the equation of the line L . (2/0/0)
- b) Determine whether the point $(87, 173)$ is the midpoint on the line segment between the points $(63, 125)$ and $(114, 227)$. (1/0/0)

19. The figure shows the two straight lines $y = 2x$ and $y = -2x + 12$. Together with the coordinate axes, the lines form two triangles OPA and OBP .

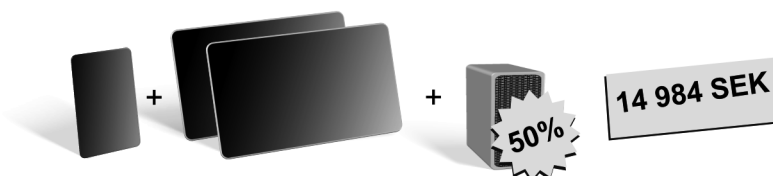


- a) Determine the coordinates of the point P . (1/0/0)
- b) Determine whether the triangles OPA and OBP have the same area. (2/0/0)

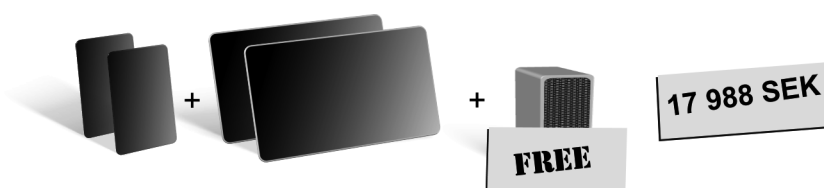
20. A family is planning to buy a cell phone, a tablet and a speaker. A cell phone, a tablet and a speaker cost, in total, 10 984 SEK in a certain store.



The salesperson offers a 50% discount on the speaker if the family buys one cell phone, two tablets and a speaker. The price with the discount would then be 14 984 SEK.



Another alternative offered by the salesperson is if the family buys two cell phones and two tablets, they will get a speaker for free. The total price for two cell phones and two tablets is 17 988 SEK.



Determine the regular price of a cell phone, a tablet and a speaker, respectively.

(2/1/0)

21. Philip sells popsicles on the beach. He receives a delivery of 320 popsicles each day.



One day, Philip sells all 320 popsicles for 10 SEK apiece. He wonders how much he can raise the price to earn more. It turns out that for each 1 SEK he raises the price, sales go down by 20 popsicles per day.

He formulates a function $I(x)$ as a model for revenues in SEK during one day: $I(x) = (10 + x)(320 - 20x)$

- a) Explain what x stands for in the function. (1/0/0)

Philip buys the 320 popsicles for 9 SEK apiece. He sells the popsicles at a price that is constant all day, and he has no other expenses apart from buying the popsicles. The popsicles he doesn't sell during the day can't be saved for the next day.

- b) Determine the price in SEK apiece for the popsicles that gives Philip the greatest possible profit per day, that is, the greatest difference between his revenue and expenses. (0/3/0)

22. The graph of an exponential function f , where $y = f(x)$, passes through the points $(1, 3000)$ and $(3, 6750)$.

Determine the function f . (0/2/0)

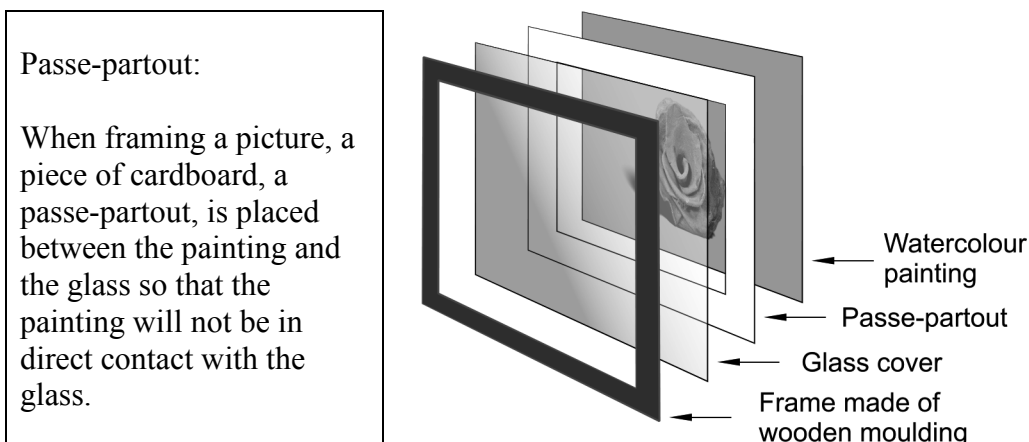
23. There are many straight lines passing through the points $(5, 3t)$ and $(7, 4t)$.

- a) The slope of one such line is 3. Ernst claims that in this case, 6 is the only possible value of t . Show that Ernst is right. (0/1/0)

- b) Kersti claims that for such straight lines, it holds that the slope increases by 0.5 if t increases by 1. Show that Kersti is right. (0/1/0)

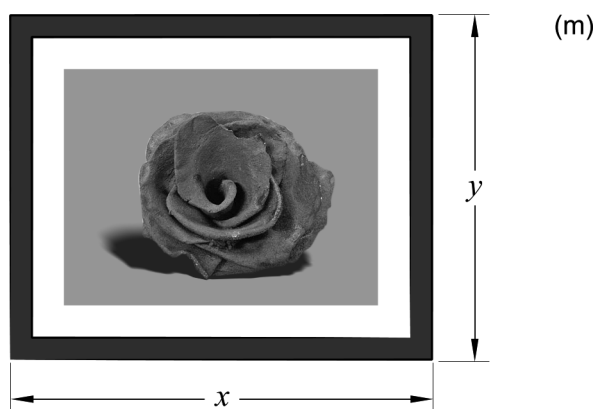
24. Calculate the exact value of $x^2 + \frac{1}{x^2}$ when $x + \frac{1}{x} = \frac{13}{3}$. (0/0/2)

25. Lloyd wants to have a watercolour painting framed. He wants a frame made of wooden moulding, a glass cover and a passe-partout for the painting. There are wooden mouldings, glass and passe-partouts in different price ranges to choose from.



Lloyd has two different offers for the framing, alternative A and alternative B. Both alternatives give the same outer dimensions for the finished framed painting. The table shows cost of materials, cost of labour and total cost.

Alternative	Cost of materials			Cost of labour SEK	Total cost SEK
	Wooden moulding SEK/m	Glass SEK/m ²	Passe- partout SEK		
A	20	200	22.40	335	446.20
B	35	220	25.20	402	559.64



Lloyd wants to know how large the finished framed painting will be. He starts from the fact that $x > y$ and begins his calculations by setting the total length of the wooden moulding to $2x + 2y$ meters.

Depending on the shape of the wooden moulding, the dimensions of the glass cover will be different for the two alternatives. For alternative A the area of the glass cover is 80% of the total area of the finished framed painting $xy \text{ m}^2$. For alternative B the area of the glass cover is 90% of the total area of the finished framed painting $xy \text{ m}^2$.

Calculate the outer dimensions of the finished framed painting.

(0/0/4)

Innehållsförteckning

Inledning	4
Läsanvisning	4
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c	5
Uppgifter av kortsvarstyp	5
Uppgifter av långsvarstyp	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	6
Sammanställning av elevresultat	7
Sammanställning till ett provbetyg	7
2. Bedömningsanvisningar	8
Läsanvisning	8
Instruktioner för bedömning av delprov B	8
Instruktioner för bedömning av delprov C	10
Instruktioner för bedömning av delprov D	12
3. Exempel på bedömda elevlösningar	15
Uppgift 11a	15
Uppgift 12a	16
Uppgift 13	17
Uppgift 14	18
Uppgift 15	18
Uppgift 17	20
Uppgift 18b	21
Uppgift 19b	21
Uppgift 20	22
Uppgift 21b	23
Uppgift 22	24
Uppgift 23a	25
Uppgift 23b	25
Uppgift 24	26
Uppgift 25	27
4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg	29
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2c	29
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	29
5. Instruktioner för inrapportering av provresultat	30
Skolans rapportering av provresultat	30
6. Kopieringsunderlag och webbmateriäl	32
Webbmateriäl	32
Formulär för sammanställning av elevresultat	33
Provsammanställning – centralt innehåll	34
Centralt innehåll matematik 2c – förkortningar	35

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2c. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4) samt ett kapitel med instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E_p

med korrekt bestämning av... +1 E_p

Godtagbar verifiering av... +1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ... 1 E _R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ... 1 E _R och 1 C _R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ... 1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (), \%, \{, \text{VL}, \text{HL}$, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maxi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i "Formulär för sammanställning av elevresultat" som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. Max 2/0/0

- a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($x_1 = -2$ och $x_2 = 4$) +1 E_B

Kommentar: Svar som anges i koordinatform ges noll poäng.

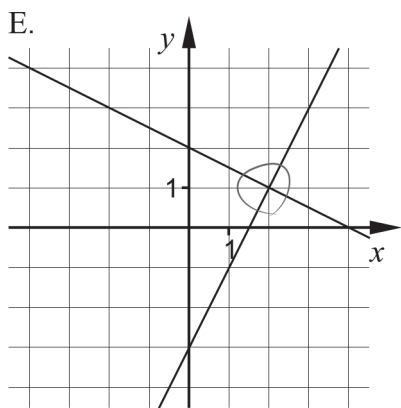
- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) +1 E_B

Kommentar: Svar som anges i koordinatform ges noll poäng.

2. Max 2/0/0

- a) Korrekt svar (E) +1 E_P

- b) Godtagbar markering av ekvationssystemets lösning, t.ex.



+1 E_B

Kommentar: Även en godtagbar markering av ekvationssystemets lösning på ett i a)-uppgiften felaktigt valt alternativ ges poäng.

- 3. Max 1/1/0**
- a) Korrekt svar ($\lg 3$) +1 E_P
- Kommentar:* Svaret $\lg \frac{18}{6}$ är inte förenklat så långt som möjligt och anses därmed inte vara ett korrekt svar.
- b) Korrekt svar ($9b^2 - 13b$) +1 C_P
- 4. Max 2/1/0**
- a) Korrekt svar ($x = \frac{\lg 20}{\lg 5}$) +1 E_P
- b) Korrekt svar ($x = 39$) +1 E_P
- c) Korrekt svar ($x = \frac{\lg 2}{\lg 3}$) +1 C_P
- 5. Max 0/1/0**
- Korrekt svar ($y = 7x - 2$) +1 C_M
- 6. Max 0/1/0**
- Korrekt svar ($6 \cdot \sqrt{15} \text{ cm}$) +1 C_B
- Kommentar:* Även svar utan enhet godtas.
- 7. Max 0/1/0**
- Korrekt svar (B: $x = i\sqrt{3}$ och D: $x = -i\sqrt{3}$) +1 C_B
- 8. Max 0/1/0**
- Korrekt svar (8887) +1 C_{PL}

- 9.** **Max 0/1/2**
- a) Korrekt svar (3 g) +1 C_B
Kommentar: Även svar utan enhet godtas.
- b) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”vikten är 74 gram eller mindre eller 86 gram eller mer”
 eller
 ” $v < 74$ eller $v > 86$ ” +1 A_B
 med korrekt angivna olikhetstecken ($v \leq 74$ eller $v \geq 86$) +1 A_K
- 10.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (11,4) +1 A_B

Instruktioner för bedömning av delprov C

- 11.** **Max 2/0/0**
- a) Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. ”B för att A är en rät linje och C minskar ett tag och ökar igen sen.”) +1 E_M
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning i graf B (2,7 miljoner kr) +1 E_M
- 12.** **Max 2/0/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang där det förklaras vad som är gjort i den valda lösningen A, B eller C +1 E_R
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- b) Godtagbar lösning av ekvationen, enligt vald metod, med korrekt svar ($x_1 = -5, x_2 = 1$) +1 E_P

13.

Max 1/2/0

Godtagbar ansats, bestämmer konstanten C

eller

visar insikt i att funktionen är symmetrisk kring y -axeln

+1 E_B

med godtagbar fortsättning, t.ex. ställer upp en ekvation för bestämning av

konstanterna A och B , t.ex. $0 = A \cdot 3^2 + B \cdot 3 + 18$

+1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = -2x^2 + 18$)

+1 C_{PL}

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



14.

Max 0/3/0

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation utifrån
topptriangelsatsen

+1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (15 cm)

+1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig
kommunikativ förmåga"

+1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



15.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för a , b och c och skriver om

uttrycket i en variabel, t.ex. $\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3}$

+1 A_R

med i övrigt välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt slutsats

+1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig
kommunikativ förmåga"

+1 A_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



16.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. ritar in triangeln ABM och visar i figuren, eller med
ord, att den är liksidig

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (30°)

+1 A_{PL}

17.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 9x + 14 = 0$
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 7$)

+1 A_P+1 A_P

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



Instruktioner för bedömning av delprov D

18.

Max 3/0/0

- a) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens riktningskoefficient, 2
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 2x - 1$)
- b) Godtagbart enkelt resonemang med slutsatsen att punkten (87, 173) inte är
 mittpunkt mellan de båda andra punkterna

+1 E_P+1 E_P+1 E_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



19.

Max 3/0/0

- a) Godtagbar bestämning av koordinaterna för punkten P ((3, 6))
- b) Godtagbar bestämning av x -koordinaten för punkten B , 6
 Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. "De är lika stora.")

+1 E_{PL}+1 E_{PL}+1 E_{PL}

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



20.

Max 2/1/0

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex.

$$\begin{cases} x + y + z = 10984 \\ x + 2y + 0,5z = 14984 \\ 2x + 2y = 17988 \end{cases}$$

+1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ("En mobiltelefon kostar
 3999 kr, en surfplatta 4995 kr, och en högtalare 1990 kr.")

+1 E_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig
 kommunikativ förmåga"

+1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



- 21.** **Max 1/3/0**
- a) Godtagbart svar (t.ex. ” x står för prishöjningen i kr”) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, ställer upp vinstfunktionen
 $V(x) = (10 + x)(320 - 20x) - 320 \cdot 9$
 eller
 motiverar att vinstfunktionen och intäktsfunktionen har sitt maximum för samma x -värde +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (13 kr) +1 C_M
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 22.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 2000 \cdot 1,5^x$) +1 C_P
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 23.** **Max 0/2/0**
- a) Godtagbart välgrundat resonemang som utgår från att riktningskoefficienten är 3 och som visar att Ernst har rätt +1 C_R
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- b) Godtagbart välgrundat generellt resonemang som visar att Kersti har rätt +1 C_R
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 24.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. kvadrerar uttrycket $x + \frac{1}{x}$ korrekt +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{151}{9}$) +1 A_{PL}
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 

25.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem i variablerna x och y

+1 A_M

med godtagbar fortsättning där ekvationssystemet förenklas, t.ex. kommer fram till att $xy = 0,28$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”Tavlan ska vara 70 cm bred och 40 cm hög.”)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”

+1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 11a

Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)

Graf B, för jag anser att den ökar lika mycket varje år om jag kollar hur grafen går uppåt/ökar.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen väljs korrekt graf B men motiveringen är bristfällig då den även gäller för graf A. Därmed ges lösningen noll poäng.

Elevlösningsexempel 11a.2 (0 poäng)

B: den årliga % ökningen är lika stor

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ges noll poäng eftersom motiveringen endast är en avskrivning av frågeställningen i uppgiften.

Elevlösningsexempel 11a.3 (1 E_M)

B, då den håller hela tiden en positiv trend & är inte linjär.

Bedömningskommentar till exemplet: Motiveringen till att det är graf B som är den korrekta anses vara godtagbar även om frasen "positiv trend" inte är matematiskt entydig. Lösningen ges nått och jämnt modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 11a.4 (1 E_M)

B p.g.a. att det är en exponentialfunktion

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förståelse för att en årlig procentuell förändring beskrivs med en exponentialfunktion. Motiveringen anses uppfylla kraven för modelleringspoängen.

Uppgift 12a

Elevlösningsexempel 12a.1 (0 poäng)

Metod A: Här har de satt x ensamt, sen delat 4 med 2 och sen tagit roten ur av resterande kvot.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen beskriver i ord delar av det som i uppgiften är skrivet med matematiska tecken. Detta anses inte vara tillräckligt som förklaring och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 12a.2 (1 E_R)

Metod A:

Man har satt ut alla siffror på rätt plats alltså man har satt 4 på p och -5 på q . Beräkningen är fullt utskriven, nu är det bara att lösa den.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar förståelse för lösningsformeln för andragradsekvationer eftersom " p " och " q " anses vara vedertagna i detta sammanhang. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12a.3 (1 E_R)

METOD C

Man har kvadrat kompletterat

Elevlösningsexempel 12a.4 (1 E_R)

$$\begin{aligned} \text{metod C: } (x+2)^2 &= x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 - 5 = (x+2)^2 - 4 - 5 = 0 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösning 3 och 4 visar två olika motiveringar som anses vara tillräckliga för resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (1 E_B)

$$x=0 \quad C=18$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är kortfattad då varken beräkningar eller grafisk representation används. Trots detta visas förståelse för konstanten C och lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för begreppspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 13.2 (1 E_B och 2 C_{PL})

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C \quad f(3) = 0, \quad f(0) = 18 \quad (\text{maximum})$$

Da nollställena ligger speglade kring symmetrilinjen
(i detta fall $x=0$) kan vi konstatera att $f(-3) = 0$

$$\therefore \text{gäller } 0 = a(x-3)(x+3)$$

$$\text{Sör att } f(0) = 18 \text{ ska gälla måste } 18 = a(0-3)(0+3)$$

$$\text{gälla } \therefore \frac{-18}{9} = a \Rightarrow a = -2$$

$$\therefore f(x) = 2(x+3)(x-3)$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till svaret där ett minustecken saknas. Eftersom a är korrekt uträknat på raden ovanför svaret anses det felaktiga svaret vara av lapsuskaraktär. Elevlösningen ges en begrepps-poäng på E-nivå och båda problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (2 C_{PL})

$$\frac{24}{12+24} = \frac{16}{\frac{8}{5}x}$$

$$16(12+24) = \frac{8}{5}x(24)$$

$$192 + 384 = 38,4x$$

$$\frac{576}{38,4} = \frac{38,4x}{38,4}$$

$$x = \frac{576 \cdot 10}{38,4 \cdot 10} = \frac{5760}{384}$$

$$x \approx 15 \text{ cm}$$

$$AD \approx 15 \text{ cm}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett korrekt svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå men det saknas hänvisning till likformighet. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (0 poäng)

$$\frac{a^3 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

Test.

$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 - 2}{3} = \frac{1 + 4 + 9 - 2}{3} = 4$$

$$\frac{7^2 + 8^2 + 9^2 - 2}{3} = \frac{49 + 64 + 81 - 2}{3} = 64$$

$$\text{Svar. } \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3} = b^2$$

(om a, b och c är tre följande heltal[☺])

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar inte att uttrycket alltid blir ett heltal då resonemanget enbart baseras på specialfall. Därmed anses inte kraven för resonemangs-poäng på A-nivå vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 15.2 (2 A_R)

$$\frac{(a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 - 2}{3} \quad \uparrow \text{förkorta och förenkla}$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 - 2}{3}$$

$$\frac{3a^2}{3} = a^2$$

Svaret för uttrycket är alltid $= a^2$

Eftersom $a = \text{heltal}$

så är $a^2 = \text{heltal}$

Svar: ~~Ja~~, alltid ett heltal.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt slutsats. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men variablerna är inte definierade. Dessutom ansätts a implicit till b vilket leder till att a används felaktigt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 15.3 (2 A_R och 1 A_K)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

$$\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3} = \frac{a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 2}{3} =$$

$$= \frac{3a^2 + 6a + 3}{3} = \frac{3(a^2 + 2a + 1)}{3} = (a+1)^2 \Rightarrow \underline{\text{alltid heltal!!!}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang. Slutsatsen " $(a+1)^2 \Rightarrow$ alltid heltal" är nätt och jämnt godtagbar då kommentar saknas till att kvadraten på ett heltal alltid är ett heltal. Därmed anses kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade explicit men i och med att lösningen är lätt att följa och förstå anses detta vara underförstått. Sammantaget ges uppgiften två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (2 Ap)

$$\text{Vi kallar } \sqrt{x - \sqrt{x+2}} = a$$

$$\sqrt{11-2} = 3$$

$$11-2 = 3^2$$

$$a = 2$$

$$\text{Vi kallar } \sqrt{x+2} = b$$

$$2 = \sqrt{x-b} = 2$$

$$x-b = 4$$

$$b = x-4$$

$$b = \sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+2} = x-4$$

$$x+2 = (x-4)^2$$

$$x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$0 = x^2 - 9x + 14$$

PQ-formeln:

$$x = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - 14}$$

$$x = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x = \frac{9}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_1 = 7$$

$$(x_2 = 2) \text{ Falsk rot!}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där den falska roten utesluts. Trots att prövningen av rötterna inte redovisas anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för båda procedurpoängen på A-nivå.

Uppgift 18b

Elevlösningsexempel 18b.1 (1 E_R)

$$\frac{63+114}{2} = 88,5 \quad \text{Svar: Nej de är den inte}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett kortfattat men godtagbart enkelt resonemang där ena koordinaten undersöks. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 19b

Elevlösningsexempel 19b.1 (1 E_{PL})

$$\text{Area triangel} = \frac{bh}{2}$$

$$6 \cdot 6 = 36 \quad \frac{36}{2} = 18$$

$$12 \cdot 3 = 36 \quad \frac{36}{2} = 18$$

Svar: Ja, de har lika stor area.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen saknas redovisning av hur koordinaterna för punkten B har tagits fram. Därmed anses inte kraven för den första problemlösningspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Elevlösningen visar en korrekt beräkning av de två triangelarnas areor men det saknas motivering till hur övriga sträckor har tagits fram. Trots detta anses kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (2 E_{PL})

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} m+s+h=10984 \text{ ①} \\ m+2s+0,5h=14984 \text{ ②} \\ 2m+2s=17988 \text{ ③} \end{cases} & \begin{aligned} &\text{③ } 2m+2s=17988 \\ &s=8994-m \\ &\text{① } (8994-m)+m+h=10984 \\ &8994+h=10984 \\ &h=1990 \end{aligned} \\
 &\text{② } 2(8994-m)+m+\frac{1990}{2}=14984 & \begin{aligned} &17988-m+995=14984 \\ &m=3999 \end{aligned} \\
 &\text{③ } 2m+2s=17988 & \begin{aligned} &s+3999=8994 \\ &s=4995 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. Svaret är ottydligt då det inte är samlat, enhet saknas och variablerna inte är tydligt definierade. Trots detta anses kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 20.2 (2 E_{PL} och 1 C_K)

$$\begin{aligned}
 10984 &= x+y+z \\
 14984 &= x+2y+0,5z \\
 17988 &= 2x+2y \\
 x+y &= 8994 \\
 10984 &= 8994+z \\
 z &= 1990 \\
 14984 &= 8994+y+995 \\
 y &= 4995 \\
 8994 &= 4995+x \\
 x &= 3999
 \end{aligned}$$

Svar: Mobil 3999 kr
Surfpl. 4995 kr
Högtal. 1990 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Däremot saknas klammer vid uppställningen av ekvationerna och definition av variablerna. Det senare vägs dock upp av svaret. Kraven för kommunikationspoängen på C-nivå anses nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 21b

Elevlösningsexempel 21b.1 (0 poäng)

1. $f(x) = (10+x)(320-20x)$ letar efter nollställena

$$(10+x)(320-20x) = 0$$

$$10+x = 0 \quad 320-20x = 0$$

$$x = -10 \quad -20x = -320$$

$$x = 16$$

2. Letar efter symmetrilinje:

$$\frac{-10+16}{2} = 3, \text{ dvs störst vinsten är då}$$

Priset höjs med 3 kr: $10+3 = 13 \text{ kr}$

Svar: 13 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ingen uppställd vinstfunktion eller motivering till varför intäktsfunktionen har samma symmetrilinje som vinstfunktionen. Därmed tas ingen hänsyn till utgifterna. I och med detta uppfylls inte kraven för den första modelleringspoängen på C-nivå. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 21b.2 (1 C_M)

$$320 \cdot 9 = 2880 \text{ kr}$$

$$10 \text{ kr} \quad 10 \cdot 320 - 2880 = 320$$

$$11 \text{ kr} \quad 11(320 - 20 \cdot 1) - 2880 = 420$$

$$12 \text{ kr} \quad 12(320 - 20 \cdot 2) - 2880 = 480$$

$$13 \text{ kr} \quad 13(320 - 20 \cdot 3) - 2880 = 500 \text{ vid } 13 \text{ kr}$$

$$14 \text{ kr} \quad 14(320 - 20 \cdot 4) - 2880 = 480$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar förståelse för vinstfunktionen vilket anses motsvara kraven för den första modelleringspoängen på C-nivå. I den fortsatta lösningen görs en systematisk prövning men eftersom kommentar om symmetriegenskaper och maximum saknas anses inte lösningen vara godtagbar. Kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 21b.3 (2 C_M och 1 C_K)

x står för hur många kronor man höjer
priset på glassen

$$f(x) = (10+x)(320-20x) - (320 \cdot 9)$$

$$y_1 = (10+x)(320-20x) - (320 \cdot 9)$$

CALC

MAXIMUM

$$x \approx 3$$

$$y \approx 500$$

$$10+3 = 13$$

Svar: Man ska höja priset med 3 kr
så att priset för en glass blir 13 kr.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. När det gäller kommunikation saknas en parentes efter " $(10+x$ " på den fjärde raden och förklaringar till hur grafräknaren har använts är kortfattade. I övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges uppgiften två modelleringspoäng på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (2 C_P)

$$y = f(x)$$

$$f(1) = 3000 \quad f(3) = 6750$$

$$y = f(x) = a \cdot b^x$$

$$y = f(x) = 2000 \cdot 1,5^x$$

$$\text{expreg} \quad a = 2000 \quad b = 1,5$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där det genom "expreg" framgår att miniräknaren har använts. Lösningen är kortfattad men anses uppfylla kraven för båda procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 23a

Elevlösningsexempel 23a.1 (0 poäng)

rät linje $y = kx + m$
 Går genom $(5, 3t)$ och $(7, 4t)$
 $t = 6$ om $k = 3$
 $y = 3x + m$ väljer punkten $(5, 3t)$
 $3t = 3 \cdot 5 + m$
 $3t = 15 + m$
 $18 = 15 + m$
 $3 = m$
 Om $m = 3$ stämmer det

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar fel implikation i och med att den bygger på att $t = 6$ och därmed undersöks det inte om påståendet stämmer. Kraven för resonemangspoäng på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 23b

Elevlösningsexempel 23b.1 (1 C_R)

$$k_1 = \frac{t}{2}$$

$$\frac{4 \cdot (t+1) - 3(t+1)}{7-5} = \frac{4t+4-3t-3}{2} = \frac{t+1}{2} = \frac{t}{2} + 0,5$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett kortfattat godtagbart resonemang. Trots att k_2 saknas framför uttrycket på andra raden och trots att ingen slutsats skrivs ut anses kraven för resonemangspoäng på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 A_{PL})

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{3}$$

$$x^2 + 1 = \frac{13x}{3}$$

$$x^2 - \frac{13x}{3} + 1 = 0$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{6}\right)^2 - 1}$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{169}{36} - \frac{36}{36}}$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}$$

$$\text{Svar: } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(\frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}\right)^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och därmed anses kraven för den första problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. I och med att svaret inte är förenklat anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen vara uppfyllda.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 A_M)

$$A = xy$$

$$x = \text{längden}$$

$$y = \text{bredden}$$

$$A \quad 20(2x+2y) + 0,8 \cdot 200xy + 22,40 + 335 = 446,2$$

$$35(2x+2y) + 0,9 \cdot 220xy + 25,20 + 402 = 559,64$$

$$40x + 40y + 160xy + 357,4 = 446,20$$

$$70x + 70y + 198xy + 427,2 = 559,64$$

$$\cdot \frac{-7}{4} \quad 40x + 40y + 160xy = 88,8$$

$$70x + 70y + 198xy = 132,44$$

$$-70x - 70y - 280xy = -155,4$$

$$-82xy = -22,96$$

$$xy = 0,28$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där två korrekta ekvationer ställs upp i variablerna x och y . Även den fortsatta lösningen är godtagbar och leder till korrekt beräkning av xy . Därmed anses kraven för två modelleringspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (3 A_M och 1 A_K)

Alternativ A: trålist glasskiva $\text{Area} = b \cdot h$
 $20(2x+2y)$ $200(0,8xy)$ $b \cdot h = xy$
 $xy \text{ m}^2$

$$20(2x+2y) + 200(0,8xy) + 22,40 + 335 = 446,20$$

$$40x + 40y + 160xy + 357,4 = 446,2$$

Alternativ B: trålist glasskiva
 $35(2x+2y)$ $220(0,9xy)$

$$35(2x+2y) + 220(0,9xy) + 25,20 + 402 = 559,64$$

$$70x + 70y + 198xy + 427,2 = 559,64$$

Fortsättning på nästa sida.

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} 70x + 70y + 198xy = 132,44 \\ 40x + 40y + 160xy = 88,8 \end{cases} \Rightarrow \frac{40x}{40} = \frac{88,8 - 40y - 160xy}{40} \\
 &70(2,22 - y - 4xy) + 70y + 198xy = 132,44 \quad x = 2,22 - y - 4xy \\
 &155,4 - 70y - 280xy + 70y + 198xy = 132,44 \\
 &x = 2,22 - y - 4xy \quad 155,4 - 82xy = 132,44 \\
 &x = 2,22 - y - 1,12 \quad + 82xy \quad + 82xy \\
 &x = 1,1 - y \quad - 132,44 \quad - 132,44 \\
 &(1,1 - y)y = 0,28 \quad \frac{22,96}{82} = \frac{82xy}{82} \\
 &1,1y - y^2 = 0,28 \quad 0,28 = xy \\
 &y^2 - 1,1y + 0,28 = 0 \quad y = 0,55 \pm \sqrt{0,55^2 - 0,28} \\
 &y^2 - 1,1y + 0,28 = 0 \quad y = 0,55 \pm 0,15 \\
 &y = 0,55 \pm \sqrt{0,55^2 - 0,28} \quad y = 0,7 \\
 &y = 0,55 \pm 0,15 \quad x = 1,1 - 0,7 = 0,4 \\
 &y = 0,4 \quad x = 1,1 - 0,4 = 0,7 \\
 &x = 0,7 \quad x = 70 \text{ cm} \quad y = 40 \text{ cm} \\
 &x > y
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett korrekt svar. Därmed anses kraven för tre modelleringspoäng på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå fram till att andrags-ekvationen $1,1y - y^2 = 0,28$ ska lösas. I lösningen av andrags-ekvationen görs ett teckenfel vilket rättas till senare. Strukturen är även något svår att följa i lösningens sista del. Uteslutningen av den negativa roten förklaras inte och även detta rättas till på de sista raderna. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara nått och jämnt vara uppfyllda.