Part B	Problems 1–9 which only require answers.
Part C	Problems 10–16 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D).
Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 22 points of which 7 points on at least C-level
C: 29 points of which 12 points on at least C-level
B: 37 points of which 5 points on A-level
A: 44 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required* " you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

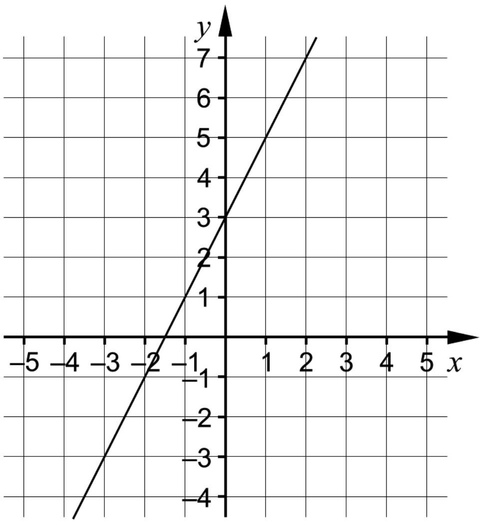
Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

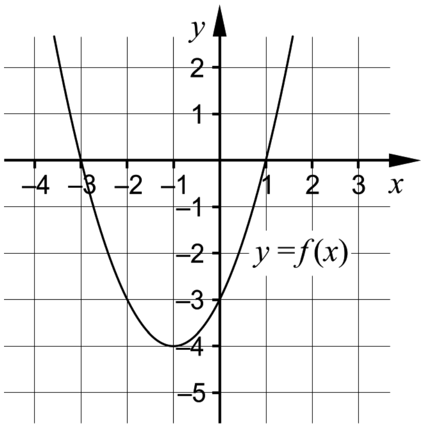
Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. The figure shows a straight line.



Write down the equation of the line in the form $y = kx + m$. ______________________ (1/0/0)

2. The figure shows the graph of a quadratic function *f*. The graph passes through the points $(-3,\ 0)$, $(-1,\ -4)$ and $(1,\ 0)$.



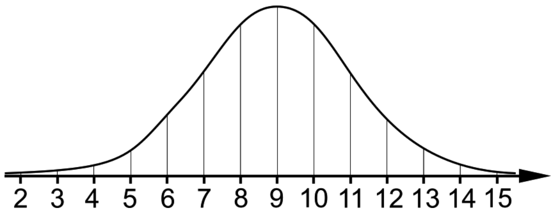
Work from the graph and fill in the mathematically correct term missing in each of the sentences.

a) $x_1 = -3$ and $x_2 = 1$ are the function's ______________________ (1/0/0)

b) The line $x = -1$ is the graph's ______________________ (1/0/0)

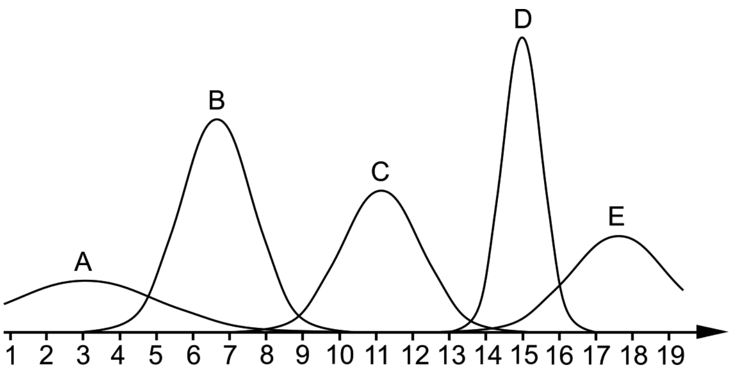
c) The point $(-1,\ -4)$ is the graph's ______________________ (1/0/0)

3. a) The figure shows a normal distribution curve.



What is the mean of the normal distribution? ______________________ (1/0/0)

b) The figure shows five normal distribution curves A–E.



Which one of the curves A–E represents the normal distribution with the largest standard deviation?

______________________ (0/1/0)

4. Solve the equations and give exact answers.

a) $8^x = 15$ ______________________ (1/0/0)

b) $(x+5)(x-5) = (x+5)^2$ ______________________ (0/1/0)

c) $x^2 + \mathrm{i}^2 = -5$ ______________________ (0/1/0)

d) $(x+3^x)^2 - 3^x(3^x + 2x) = 9$ ______________________ (0/0/1)

5. Give an example of real numbers *a* and *b* such that $\lg 3^a - \lg 3^b = 8 \lg 3$

$a =$ ______________________

$b =$ ______________________ (0/1/0)

6. Write down all the values x can assume if $1 < \lg x < 3$

_______________________ (0/1/0)

7. Solve the equation $2 \cdot x^{-\frac{1}{2}} + 3 \cdot x^{-\frac{1}{2}} + 4 \cdot x^{-\frac{1}{2}} = 3$ _______________________ (0/0/1)

8. Emil “HeatoN” Christensen, a well-known eSports player, bought a gaming computer early in 2017 for 32 997 SEK. He estimates that the value of the computer will decrease by around 5 % per month.
Assume that the value will continue to decrease at the same rate per month.

Write down the function V describing the value of the computer $V(t)$ SEK as a function of time t in years, instead of months, after the purchase.

_______________________ (0/0/1)

9. In the system of equations below, A and B are constants.

$$\begin{cases} 3y - 2Ax = 9 \\ 6 - 2y = 6Bx \end{cases}$$

Determine the relation between the constants A and B so that there are an infinite number of solutions to the system of equations.

_______________________ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

10. Solve the equation $x^2 + 10x + 16 = 0$ algebraically. (2/0/0)

11. Kim and Sascha are at the town square and buy 2.5 kg apples each. Kim buys green apples and Sascha buys red apples. Kim also buys 1 kg pears. In total, they pay 105 SEK. The price per kilo of the red apples is 2 SEK higher than the price per kilo of the green apples.

The following system of equations describes the situation:

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 2.5x + 2.5y + z = 105 \\ 105 - z = 85 \end{cases}$$

a) Give an interpretation of what y stands for in this context. (1/0/0)

b) Determine the price per kilo in SEK of the red and the green apples, respectively, and the price per kilo in SEK of the pears. (2/0/0)

12. The function f, where $y = f(x)$, has the following properties

- the graph of f is a straight line with a slope of 4
- $f(6) = 9$

Determine the function f. (0/2/0)

13. What is the smallest value the expression $2(x+1)^2 - x(x+4)$ can assume if x is a real number? Justify your answer. (0/2/0)

14. A straight line L_1 passes through the points $(1, -6a)$ and $(5, 2a)$ and is parallel to the straight line L_2 with the equation $y = \frac{4}{3}x + 3$

Determine the equation of L_1. (0/3/0)

15. Determine for what values of c the quadratic equation $x^2 + cx + 3 = c$ has no real roots. (0/0/3)

16. The functions f and g are given by $f(x) = (\lg x)^8$ and $g(x) = x$.

Investigate, by calculating values of the functions f and g, how many times the graphs of the functions intersect when $x \leq 100$ (0/0/3)

Part D	Problems 17–26 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D).
Together they give a total of 57 points consisting of 20 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 22 points of which 7 points on at least C-level
C: 29 points of which 12 points on at least C-level
B: 37 points of which 5 points on A-level
A: 44 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required* " you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

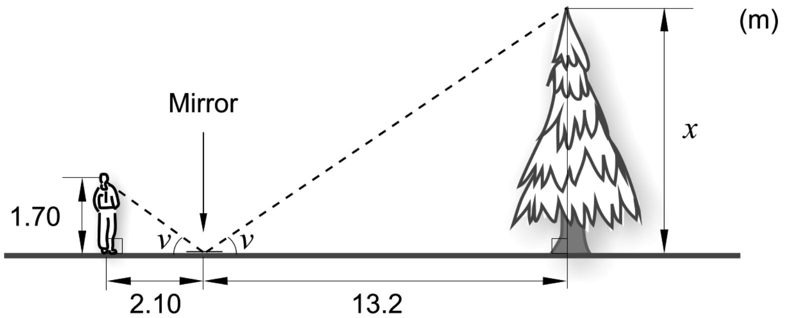
Educational programme: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

17. By placing a mirror horizontally on the ground between a tree and a person, one can calculate the height of the tree.

To make such a calculation, the person stands so that he or she can see the top of the tree in the mirror. The distances needed for calculating the height of the tree are then measured.

The figure shows the distances measured, together with additional lines and angles so that two similar triangles are formed.

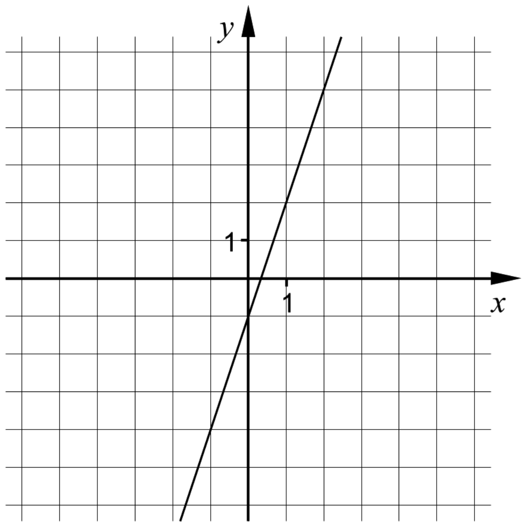


Calculate the height of the tree, x. (2/0/0)

18. On one test date, 76 483 people took the test Högskoleprovet. Their results are assumed to be normally distributed with a mean of 0.90 and a standard deviation of 0.40

Determine how many of these people got the result of 1.70 or higher according to the normal distribution. (2/0/0)

19. In the coordinate system, the straight line $y = 3x - 1$ is drawn.



Each point on the line is moved two length units in the positive x-direction and three length units in the negative y-direction. The moved points form a new straight line.

Determine the equation of the new line in the form $y = kx + m$. (2/0/0)

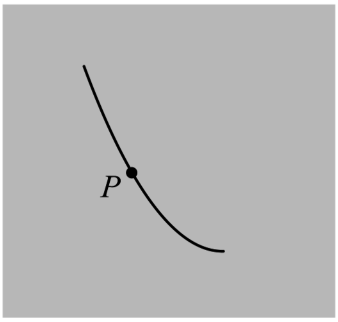
20. In a coordinate system, the three points (2, 4), (10, 0) and (0, 0) are the vertices of a triangle. Is this a right-angled triangle? Justify your answer. (2/0/0)

21. A quadratic function *f*, where $y = f(x)$, satisfies the following conditions

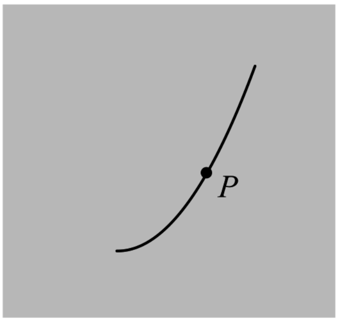
- the x^2-term is negative
- the graph of the function has the line of symmetry $x = 5$

a) One of the figures A–F shows what the graph looks like around the point *P* on the curve where $x = 3$. Which one? Justify your answer.

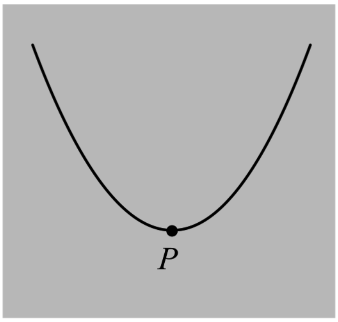
A.



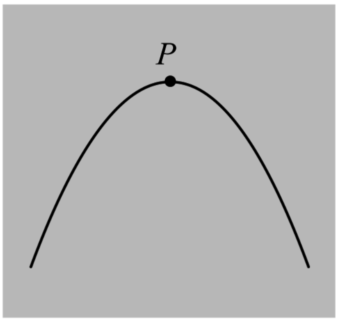
B.



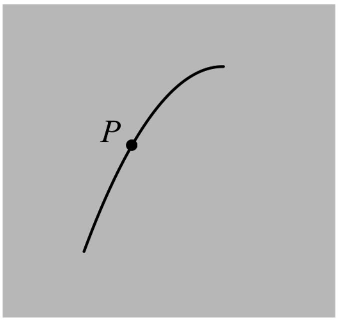
C.



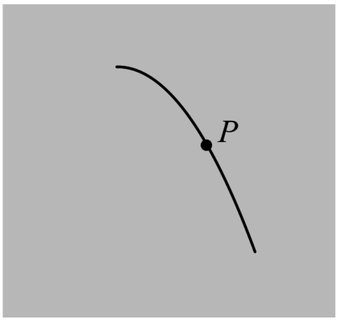
D.



E.



F.



(1/0/0)

b) Is it possible to determine at how many points the graph of the function *f* intersects the *x*-axis? Justify your answer. (0/1/0)

22. Determine the *x*-coordinates of any points of intersection between the curves $y = -4x(x-2)$ and $y = x - 2$ (0/2/0)

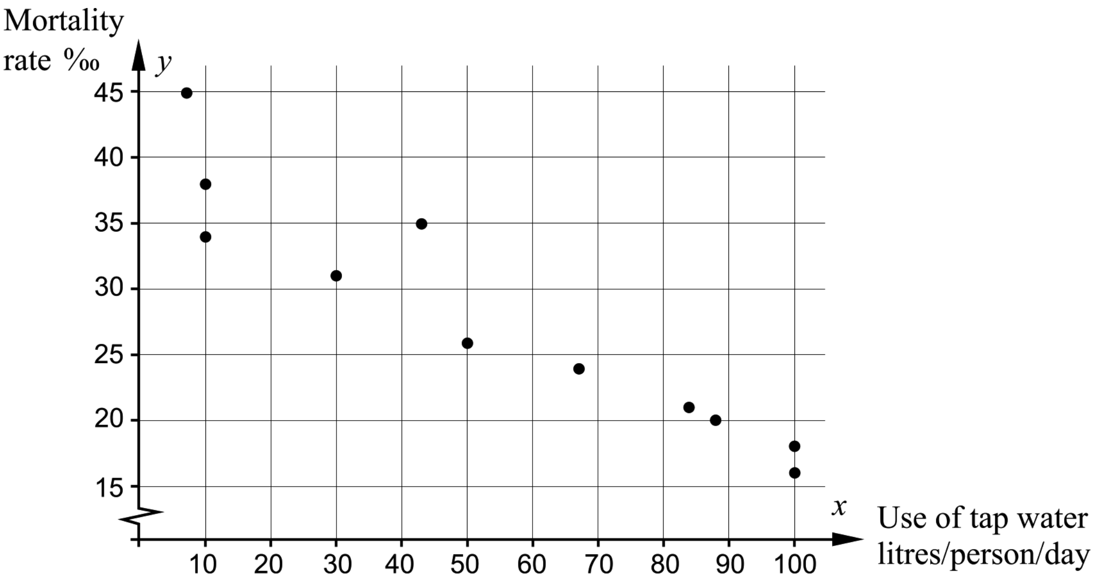
23. One of Sweden's environmental goals is to reduce carbon dioxide emissions by 40 % from the year 1990 to the year 2020. In the year 1990, carbon dioxide emissions totalled $7.29 \cdot 10^7$ tonnes. In the year 2014, emissions had been reduced to $5.44 \cdot 10^7$ tonnes.

Assume that the yearly reduction in percent is 2.0 % counting from the beginning of the year 2014. Determine how many years it will take, counting from the beginning of the year 2014, before carbon dioxide emissions are 40 % lower than in the year 1990. (0/3/0)

24. In the middle of the 19th century, Stockholm was one of the dirtiest cities in Europe. The lack of clean water was one of the reasons many inhabitants of Stockholm died of cholera and other diseases. When clean tap water became more accessible, more people could drink clean water and also use clean water for cooking and personal hygiene.

The table and the diagram show the use of tap water in litres per person per day (litres/person/day) and mortality rates in per mille (‰) in the years 1853 through 1903 in Stockholm.

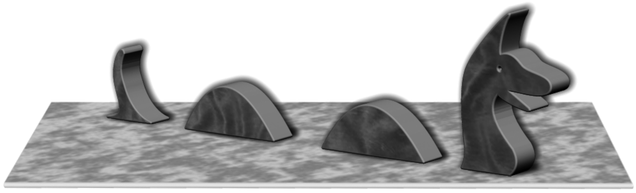
Year	Use of tap water (litres/person/day)	Mortality rate (‰)
1853	8.0	45
1858	10	38
1863	10	34
1868	30	31
1873	43	35
1878	50	26
1883	67	24
1888	84	21
1893	88	20
1898	100	18
1903	100	16



a) Determine a linear correlation between the mortality rates in per mille (‰), y, and the use of tap water in litres per person per day, x. (0/2/0)

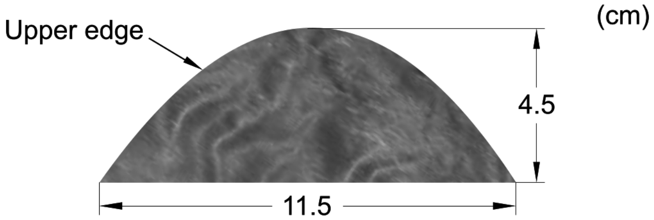
b) The linear correlation gives a model for how mortality rates depend on the use of tap water. Are there any limitations to the model? Disregard other factors that may affect mortality rates. Justify your answer. (0/0/1)

25. Åsa is a wood artist from Östersund. She wants to start making a wooden decorative item shaped like Storsjöodjuret and draws a sketch for the item.



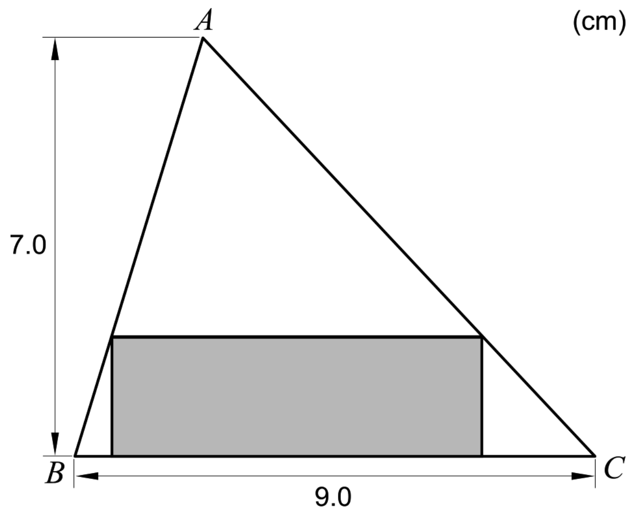
According to folklore, Storsjöodjuret lives in Storsjön in Jämtland.

Åsa wants the two middle pieces to have the same shape, and their upper edges to be shaped like the graph of a quadratic function, so that they are symmetrical. The pieces should be 11.5 cm wide and 4.5 cm tall.



Determine a quadratic function that describes the shape of the upper edges of the middle pieces. (0/0/3)

26. The figure shows a triangle *ABC* with height 7.0 cm and base 9.0 cm. A rectangle is drawn so that two of the vertices of the rectangle lie on the base of the triangle and the other vertices lie on the two other sides of the triangle, see figure.



Determine the largest area such a rectangle can have. (0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2c. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{}$, $\sqrt[n]{}$, $f(x)$, x, y, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maxi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($y = 2x + 3$)	+1 E_P
2.		**Max 3/0/0**
a)	Korrekt svar (nollställen) *Kommentar:* Endast svaret nollställen ges poäng.	+1 E_B
b)	Korrekt svar (symmetrilinje) *Kommentar:* Endast svaret symmetrilinje ges poäng.	+1 E_B
c)	Korrekt svar (t.ex. minimipunkt) *Kommentar:* Även svaren minpunkt, extrempunkt och vertex ges poäng.	+1 E_B
3.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (A)	+1 C_B
4.		**Max 1/2/1**
a)	Korrekt svar ($x = \frac{\lg 15}{\lg 8}$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = -5$)	+1 C_P
c)	Korrekt svar ($x = \pm 2i$)	+1 C_B
d)	Korrekt svar ($x = \pm 3$)	+1 A_P

5. **Max 0/1/0**

Korrekt svar där differensen mellan a och b är 8 (t.ex. $a = 10$ och $b = 2$) +1 C_B

6. **Max 0/1/0**

Korrekt angivet intervall (t.ex. ”x ligger mellan 10 och 1000”) +1 C_B

7. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($x = 9$) +1 A_P

8. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($V = 32\,997 \cdot 0{,}95^{12t}$) +1 A_M

Kommentar: Funktionsnamn ska anges i svaret men även andra namn än V godtas.

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar ($\frac{2A}{3} = -3B$) +1 A_B

Kommentar: Varianter av det korrekta sambandet ges poäng.

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -8,\ x_2 = -2$) +1 E_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

11. **Max 3/0/0**

a) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Kilopriset på de röda äpplena”) +1 E_M

Kommentar: Även svar där prefixet kilo utelämnas ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

b) Godtagbar ansats, bestämmer värdet på en av variablerna +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”De röda äpplena kostar 18 kr, de gröna äpplena 16 kr och päronen 20 kr.”) +1 E_M

Kommentar: Svaret $\begin{cases} x = 16 \\ y = 18 \\ z = 20 \end{cases}$ ges inte sista modelleringspoängen eftersom återkoppling till verkligheten saknas.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

12. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $9 = 4 \cdot 6 + m$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 4x - 15$) +1 C_{PL}

Kommentar: Även svaret $y = 4x - 15$ ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. förenklar uttrycket till $x^2 + 2$ +1 C_P

med godtagbart välgrundat resonemang som motiverar varför uttryckets minsta värde är 2 +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

14. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer värdet på a, $a = \frac{2}{3}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

15. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, kommer fram till korrekt uttryck under rottecknet och visar insikt i att $\left(\frac{c}{2}\right)^2 - (3-c)$ ska vara mindre än noll +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-6 < c < 2$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

16. **Max 0/0/3**

Godtagbar uteslutning av värdena $x \leq 0$ där det visas insikt om att $(\lg x)^8$ inte är definierad för dessa värden +1 A_B

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att funktionernas grafer skär varandra en gång +1 A_R

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att funktionernas grafer skär varandra ytterligare en gång +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt samband med hjälp av likformighet +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10,7 m) +1 E_P

Kommentar: Även svar utan enhet ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att $1,70 = \mu + 2\sigma$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1759) +1 E_{PL}

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en punkt på den nya linjen +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x - 10$) +1 E_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

20. **Max 2/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. visar insikt om att Pythagoras sats måste gälla om triangeln är rätvinklig +1 E_R

med fortsatt enkelt resonemang som innefattar slutsatsen att triangeln är rätvinklig +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

21. **Max 1/1/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang med korrekt svar (t.ex. ”E för att kurvan är ledsen och 3 är före 5”) +1 E_R

b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. ”Nej, eftersom vi inte vet y-koordinaten för extrempunkten så kan man inte veta om grafen skär x-axeln.”) +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

22. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x_1 = -0,25,\ x_2 = 2$) +1 C_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen
$0,60 \cdot 7,29 \cdot 10^7 = 5,44 \cdot 10^7 \cdot 0,98^x$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10,8) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

24. **Max 0/2/1**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $-0,30 \leq k \leq -0,20$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = -0,24x + 41$) +1 C_M

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

b) Godtagbar lösning som innefattar ett nyanserat omdöme om modellens begränsningar (t.ex. ”Linjen kan inte gå under *x*-axeln för att dödstalet kan inte bli mindre än 0.”) +1 A_M

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer koordinaterna för minst tre punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem

eller

bestämmer koordinaterna för två punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem samt visar insikt i att symmetri gäller +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex. $y = -0,14x^2 + 1,57x$) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

26. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar samband mellan basen och höjden i rektangeln med hjälp av likformighet	+1 A_{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (16 cm^2)	+1 A_{PL}
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”	+1 A_{K}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 10

Elevlösningsexempel 10.1 (0 poäng)

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$x = 5 \pm \sqrt{5^2 - 16}$$

$$\begin{cases} x_1 = 5 + 3 = 8 \\ x_2 = 5 - 3 = 2 \end{cases}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 11a

Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)

Svar: y är de röda äpplena.

Bedömningskommentar till exemplet: Lösningen visar inte en godtagbar tolkning eftersom det inte framgår att det är kilopriset för de röda äpplena som betecknas med *y*.

Uppgift 11b

Elevlösningsexempel 11b.1 (2 E_M)

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 2{,}5x + 2{,}5y + z = 105 \\ 105 - z = 85 \end{cases}$$

$105 - 20 = 85$

$2{,}5x + 2{,}5y + z = 105$

$2{,}5x + 2{,}5y = 85$

$42{,}5 + 42{,}5 = 85$

$2{,}5 \cdot 20 + 2{,}5 \cdot 20 = 50 + 50 = 100$ för mycket

$2{,}5 \cdot 10 + 2{,}5 \cdot 12 = 25 + 30 = 55$ för lite

$2{,}5 \cdot 15 + 2{,}5 \cdot 17 = 25 + 12{,}5 + 25 + 12{,}5 + 5 = 80$ för lite

$2{,}5 \cdot 16 + 2{,}5 \cdot 18 = 25 + 15 + 25 + 15 + 5 = 85$ Ja!! Rätt!

Röda äpplen 18 kr

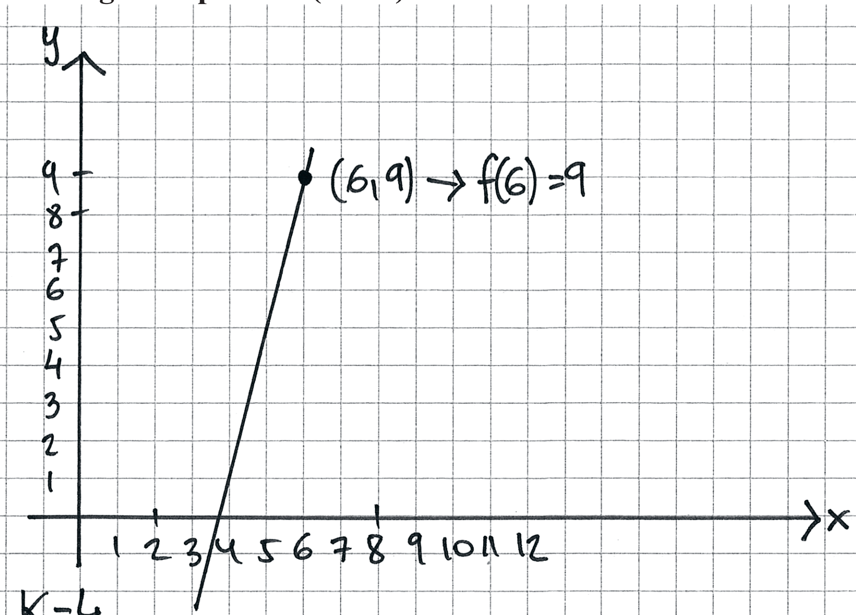
Gröna " 16 kr

Päron 20 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en systematisk prövning som leder fram till ett korrekt svar. Trots att det är något knapphändigt redovisat att skillnaden i kilopriset är 2 kr anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 CPL)



$k=4$

$m=-15$

$y=kx+m$

$y=4x-15$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då båda villkoren tolkas korrekt grafiskt. Det framgår inte av lösningen hur konstanten *m* tagits fram och därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (2 CPL)

$9=4\cdot 6+m$

$m=-15$

Svar: $y=4x-15$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar tolkning av de båda villkoren då korrekta värden sätts in i räta linjens ekvation. Lösningen är knapphändig men anses trots detta nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (1 CP)

$2(x+1)^2 - x(x+4)$

$2(x^2+2x+1)-(x^2+4x)$

$\cancel{2}x^2+\cancel{4x}+2-\cancel{x^2}-\cancel{4x}$

x^2+2

minsta värdet får vi när vi

sätter in $x=0$

$0^2+2=2$

Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen motiveras inte varför $x=0$ ger det minsta värdet och därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 13.2 (1 CP och 1 CR)

$2(x+1)^2 - x(x+4)$

$2x^2+4x+2 \quad -x^2-4x$

$x^2 \quad +2$

x^2 är alltid positivt

$0^2+2=2$ Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen ges motiveringen ” x^2 är alltid positivt” till varför x^2+2 aldrig blir mindre än 2. Att motiveringen inte innefattar fallet $x=0$ vägs upp av att 0 sätts in i uttrycket i den fortsatta lösningen. Lösningen ges en procedurpoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13.3 (1 C_P och 1 C_R)

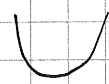
$2(x+1)^2 - x(x+4) = 2(x^2+2x+1) - (x^2+4x) =$

$= 2x^2+4x+2 - x^2 - 4x = x^2+2$

$x = -1$

$-1^2 + 2 = 3$

andragradare är symmetrisk



$x = 1$

$1^2 + 2 = 3$

$x = 0$

$0^2 + 2 = 2$

När $x = 0$ så är uttrycket som minst värt.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. Hänvisning till symmetri samt skiss anses vara tillräcklig som motivering till varför $x = 0$ ger minsta värde. Lösningen ges en procedurpoäng och en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 C$_{PL}$)

$(1, -6a) \quad (5, 2a)$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_2}{x_2 - x_1} = \frac{2a-(-6a)}{5-1} = \frac{8a}{4}$$

$$\frac{8a}{4} = 2a$$

$k = 2a$

Sätter in värdena för en av punkterna

$2a = 5 \cdot 2a + m$

$2a = 10a + m$

$m = 2a - 10 = -8a$

Svar: $y = 2ax - 8a$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen leder beräkningarna till en tecknad ekvation för L_1. Att L_1 och L_2 är parallella används aldrig i lösningen och därmed är lösningen ofullständig och svaret inte korrekt. Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och det matematiska språket är acceptabelt men eftersom uppgiften inte behandlas i sin helhet anses kraven för kommunikationspoäng inte vara uppfyllda. Lösningen ges en problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$$k = \frac{4}{3}$$

$$L_1 = \frac{4}{3}x + m$$

$$-6a = \frac{4}{3} \cdot (1) + m \qquad 2a = \frac{4}{3} \cdot (5) + m$$

$$-3 \cdot 2a = -3 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot 5 + m\right)$$

$$-6a = -\frac{12}{3} \cdot 5 - 3m$$

$$-6a = -4 \cdot 5 - 3m$$

$$\frac{4}{3} \cdot 1 + m = -4 \cdot 5 - 3m$$

$$\frac{4}{3} + m = -20 - 3m$$

$$\frac{4}{3} + 4m = -20$$

$$4m = -20 - \frac{4}{3}$$

$$m = -5 - \frac{1}{3} = -\frac{16}{3}$$

Svar: $L_1 = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning av problemet. När det gäller kommunikation skrivs det inte explicit att linjerna L_1 och L_2 har samma riktningskoefficient då de är parallella. Förklaringen till hur likheten $\frac{4}{3} \cdot 1 + m = -4 \cdot 5 - 3m$ tagits fram är knapphändig. Trots dessa brister är lösningen möjlig att följa och förstå och anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (0 poäng)

$$x^2+cx+3=c$$
$$x^2+cx+(3-c)=0$$
$$x=-\frac{c}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2-(3-c)}$$
$$x=-\frac{c}{2}\pm\sqrt{\frac{c^2}{4}-3+c}$$
$$\frac{c^2}{4}-3+c=0$$
$$c^2-12+4c=0$$
$$c^2+4c-12=0$$
$$c=-\frac{4}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2+12}$$
$$c=-2\pm\sqrt{16}$$
$$c=-2\pm4$$
$$c_1=-2+4=2$$
$$c_2=-2-4=-6$$

Svar: $-6 < c < 2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts uttrycket under rottecknet lika med noll utan någon kommentar och i den fortsatta lösningen ges inte stöd för hur det korrekta intervallet tagits fram. Därmed anses inte kraven för ansatspoängen vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 15.2 (2 A_{PL})

$$x^2 + cx + 3 = c$$

$$x^2 + cx + 3 - c = 0$$

$$x = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - 3 + c}$$

$$\frac{c^2}{4} - 3 + c = 0$$

$$c^2 + 4c - 12 = 0$$

$$c = -2 \pm \sqrt{4+12}$$

$$c = -2 \pm 4$$

$$c_1 = -6$$

$$c_2 = 2$$

$$c = 0 \qquad \frac{0^2}{4} - 3 + 0 = -3$$

Svar: $-6 < c < 2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts uttrycket under rottecknet lika med noll utan kommentar men detta kompenseras av att fallet $c = 0$ undersöks på näst sista raden. Utifrån detta anges ett korrekt intervall i svaret och därmed anses kraven för båda problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och motiveringar och därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng vara uppfyllda.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 AB)

x	f	g
−10	ej def	−10
0	ej def	0
0,1	1	0,1
1	0	1
10	1	10
100	≈ 250	100

Svar:

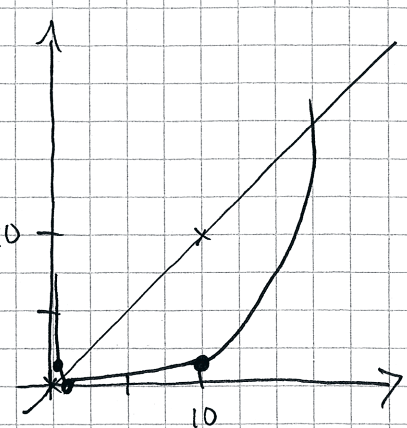
Två skärn.pkt

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar uteslutning av negativa värden och ges därmed en begreppspoäng på A-nivå. I den fortsatta lösningen saknas motiveringar till varför det finns två skärningspunkter och därmed anses inte kraven för resonemangspoäng vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 16.2 (1 AB och 2 AR)

$f = (\lg x)^8$ $g = x$

x	f •	g ×
0	ej def	0
0,1	$(-1)^8 = 1$	0,1
1	0	1
10	1	10
100	256	100



Slutsats:

2 skärningspkter

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar grafisk lösning med korrekt antal skärningspunkter angivna. Ur grafen framgår att negativa tal har uteslutits för funktionen *f* men inte för funktionen *g*. Detta anses vara tillräckligt för att nätt och jämnt uppfylla kraven för en begreppspoäng och för två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (2 E_P)

$$\frac{13,2}{2,10} \approx 6,29$$

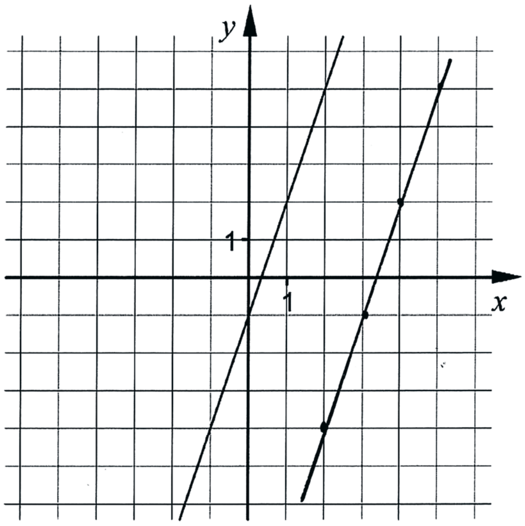
$$1,70 \cdot 6,29 = 10,693 \text{ m} \approx 10,69$$

Svar: Trädet är (ca) 10,69 m långt.
(10,7 m)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där ett likformighetssamband ställs upp indirekt. Lösningen ges två procedurpoäng på E-nivå.

Uppgift 19

Elevlösningsexempel 19.1 (1 E_{PL})



$y = 3x - 1$

↓ förflyttning, ny linje skapas

$y = 3x - 10$

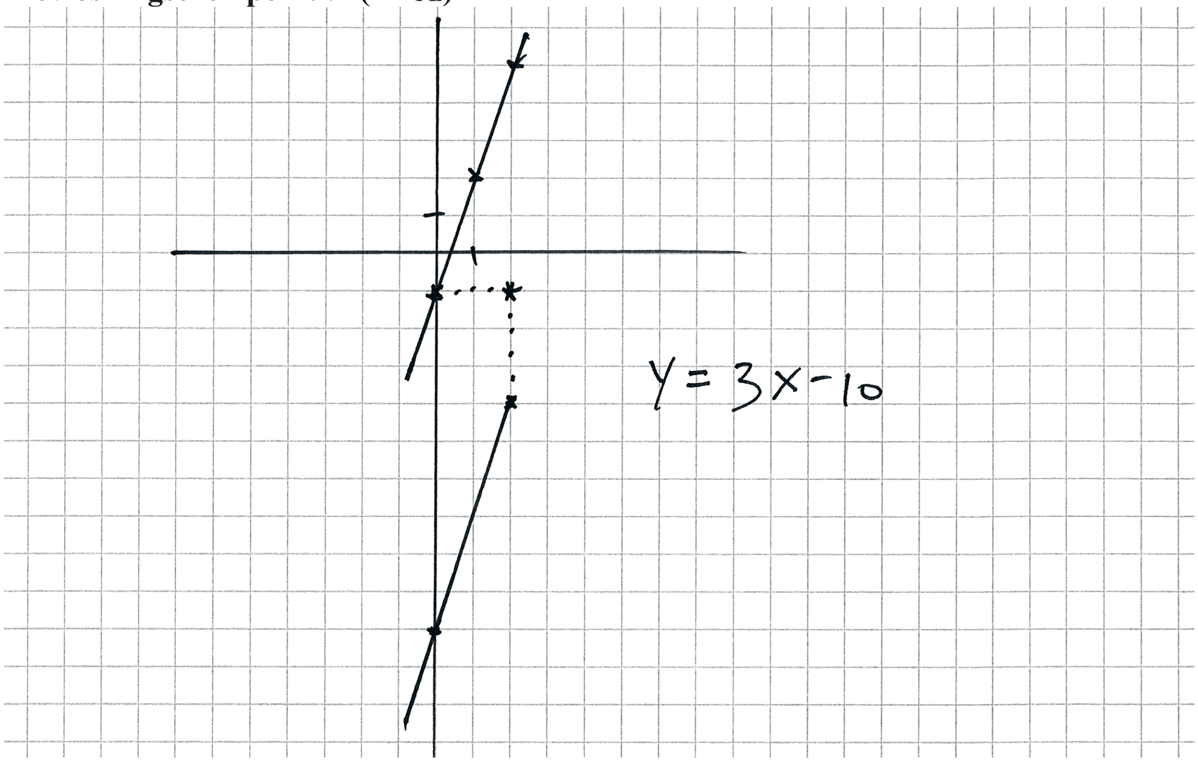
m förändras

k förändras inte

nya linjens ekvation: $y = 3x - 10$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom den nya linjen är korrekt ritad. I den fortsatta lösningen saknas motivering till hur konstanten *m* tagits fram och lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 19.2 (2 E_{PL})



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats i och med att en punkt förflyttats korrekt. Det framgår inte av redovisningen att den nya linjen får samma riktningskoefficient men eftersom den är korrekt ritad och dess ekvation korrekt anses kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (0 poäng)

(2,4) (10,0) (0,0)

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(10-2)^2 + (0-4)^2}$

$d = \sqrt{64+16}$

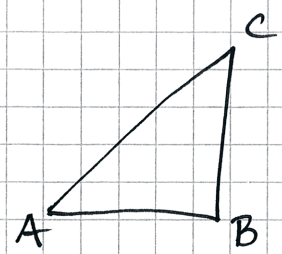
$d = \sqrt{80}$

$d = 8{,}94$

$d = (0-10)^2 + (0-0)^2$

$d = \sqrt{100}$

$d = 10$



$d = \sqrt{(0-2)^2 + (0-4)^2}$

$d = \sqrt{4+16}$

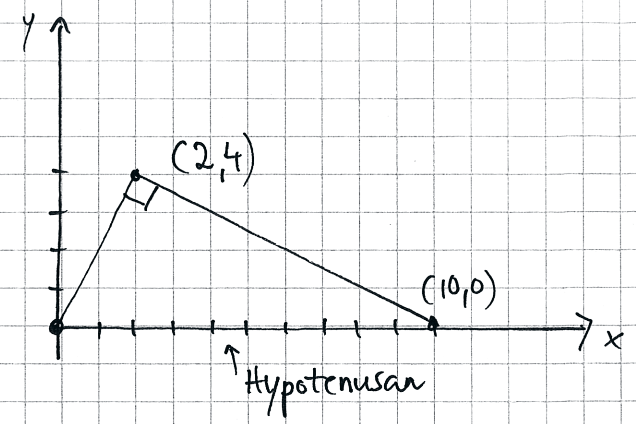
$d = \sqrt{20}$

$d = 4{,}47$

Svar: Triangeln är inte rätvinklig eftersom för att vara rätvinklig måste två av sidorna vara lika

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar beräkningar av triangelns tre sidor med hjälp av avståndsformeln. Svaret är inte grundat på att Pythagoras sats måste gälla mellan triangelns sidor och därmed anses inte kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 20.2 (1 E_R)

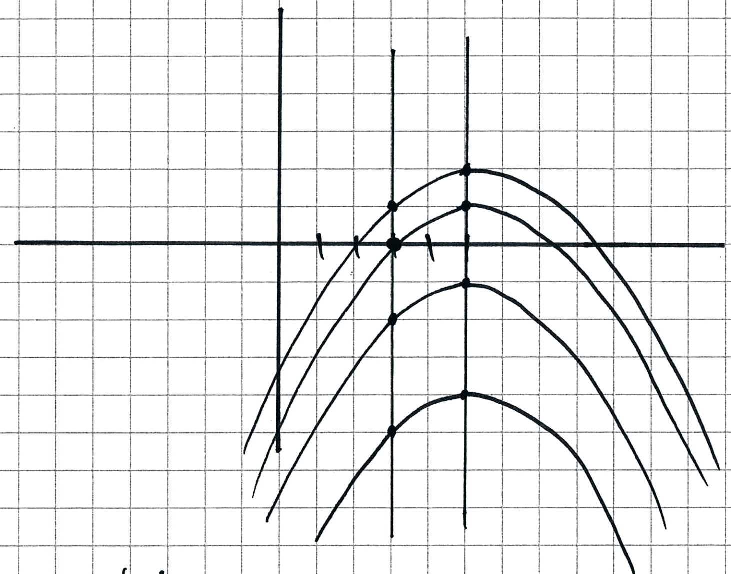


Svar: Ja den är rätvinklig. Tar man sidorna i kvadrat och plussar dem så får man ut hypotenusan om man tar roten ur svaret man fick för sidorna.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas det insikt i att Pythagoras sats måste gälla för att triangeln ska vara rätvinkligt. Därmed anses kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Resonemanget följs inte av några beräkningar och det framgår inte vad som menas med den sista meningen. Kraven för den andra resonemangspoängen anses därmed inte vara uppfyllda.

Uppgift 21b

Elevlösningsexempel 21b.1 (1 CR)



Nej, dom 2 punkterna endast
kan ej visa kurvans 0 värden.
(det behövs mer information)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang där en förflyttning av grafen i *y*-led visas grafiskt. Trots det felaktiga ”kurvans 0 värden” anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för ett godtagbart välgrundat resonemang på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21b.2 (1 CR)

Nej, då vi inte får veta vart
i kordinatsystemet grafen ligger
i y-led, om grafen har några
lösningar.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart välgrundat resonemang då den innehåller en diskussion om grafens placering i *y*-led i koordinatsystemet. Den felaktiga frasen ”om grafen har några lösningar” anses inte påverka det övriga resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 C_P)

Ritar på räknaren och zoomar in.

avläser $x_1 = -0,3$

$x_2 = 2$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där grafräknaren har använts för att rita upp de två kurvorna. Eftersom zoomning inte är en metod som ger tillräcklig noggrannhet i detta fall anses inte kraven för den andra procedurpoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 C_P)

Graf på räknaren – intersect.

Första skärningspunkten $\left(-\frac{1}{4}\right)$

andra (2)

Svar: Vid x $\left(-\frac{1}{4}\right)$ och (2)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar där det framgår hur grafräknaren har använts. Trots att lösningen är knapphändig och att det inte är tydligt att det är x-koordinater som beräknats anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för båda procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (2 C_M och 1 C_K)

För att koldioxidutsläppet ska ha minskat med 40% krävs det att det minskar till

$$729\,00000 \cdot 0,6 = 43740000$$

$$43740000 = 54400000 \cdot 0,98^x$$

utsläpp 2014

$$\frac{43740000}{54400000} = \frac{54400000 \cdot 0,98^x}{54400000}$$

$$0,8 = 0,98^x$$

$$\lg 0,8 = \lg 0,98 \cdot x$$

$$\frac{\lg 0,8}{\lg 0,98} = \frac{\lg 0,98 \cdot x}{\lg 0,98}$$

$$10,8 = x$$

Svar: Efter 10,8 år kommer det alltså att vara 40% lägre än 1990.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå även om den innehåller vissa brister. Exempelvis är inte variabeln x definierad. På raden $0,8 = 0,98^x$ är värdet 0,8 avrundat och därmed borde det matematiska tecknet $\approx$ användas i den fortsatta lösningen. Av svaret $10,8 = x$ framgår dock att det oavrundade värdet har används i den fortsatta lösningen eftersom svaret är godtagbart. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 24a

Elevlösningsexempel 24a.1 (0 poäng)

$x_1 \quad y_1 \qquad x_2 \quad y_2$

$(8, 45) \quad (100, 18)$

$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{18 - 45}{100 - 8} = \frac{-27}{92} = -0{,}29$

$y = kx + m$

$45 = -029 \cdot 8 + m$

$m = 45 + 2{,}32 = 47{,}32$

$y = -0{,}29x + 47{,}32$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en ansats där linjens lutning beräknas utifrån två punkter i tabellen. Ansatsen anses inte vara godtagbar och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 24a.2 (1 C_M)

Knappar in värdena i räknaren o låter den göra en linje.

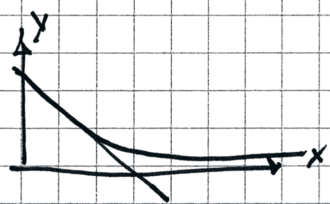
svar: $y = -0{,}24x + 41$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då korrekt anpassad linje har tagits fram. Eftersom det inte framgår vilken funktion på räknaren som använts för att ta fram linjen anses inte kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 24b

Elevlösningsexempel 24b.1 (1 AM)

Även om alla är friska & använder hur mycket vatten som helst så kommer folk ändå dö av ålder → linjen planar ut i verkligheten.



den kurva räknaren gjort fortsätter ner, i verkligheten planar den ut.

Denna modell fungerar (funktion) också bara inom vissa områden.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang där modellen jämförs med det verkliga förloppet och där det indirekt förklaras att dödstalen inte kan bli noll. Lösningen anses uppfylla kraven för modelleringspoängen på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 AM)

$x^1 = 0$ $x^2 = 11,5$ symmetrilinje $= 5,75$

extrempunkt $= 4,5$ Jag tar ut tre punkter

$(5,75,\ 4,5)$ $(0,0)$ och $(11,5,\ 0)$

Jag använder sedan räknarens quadreg

funktion $y = -0,136x^2 + 1,56x + 0$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där räknarens regressionsfunktion används utifrån tre punkter i ett definierat koordinatsystem. Därmed anses kraven för båda modelleringspoängen på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation används matematiska symboler på ett felaktigt sätt på de första två raderna i och med att x-koordinaterna för funktionens nollställen anges med x^1 och x^2 samt att likhetstecken används då symmetrilinjen och extrempunkten anges. Kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed inte vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 A_M och 1 A_K)

Punkter: $(0{,}0)$ $\left(\frac{11{,}5}{2}, 4{,}5\right)$, $(11{,}5, 0)$ - ∩-formig

$\rightarrow \quad y = ax^2 + bx + \cancel{c}$

$\left(\frac{11{,}5}{2}\right)^2 a + \left(\frac{11{,}5}{2}\right) b = 4{,}5$

$11{,}5^2 a + 11{,}5b = 0$

$\rightarrow \begin{cases} 33{,}06a + 5{,}75b = 4{,}5 \\ 132{,}25a + 11{,}5b = 0 \end{cases}$

$\cdot 4 \begin{cases} 132{,}25a + 23b = 18 \\ 132{,}25a + 11{,}5b = 0 \end{cases}$ $\rightarrow$ $-$

$11{,}5b = 18 \rightarrow b = 1{,}565$

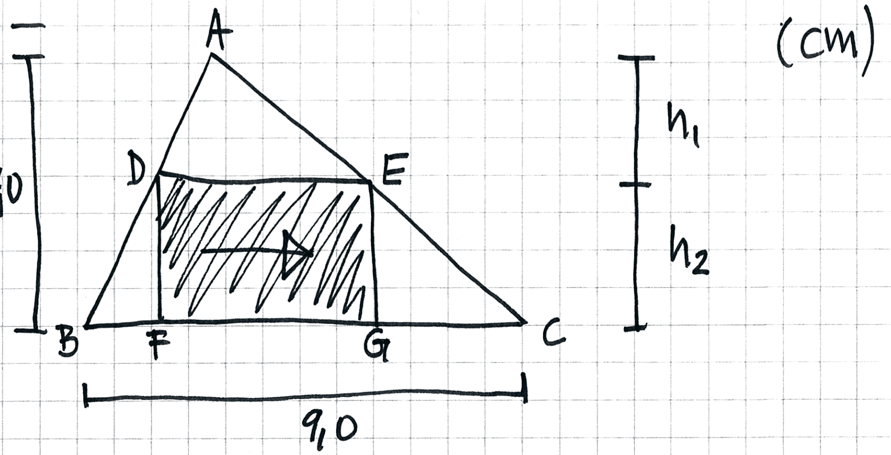
$132{,}25a + \underbrace{11{,}5 \cdot 1{,}565}_{18} = 0 \rightarrow a = -0{,}136$

$\rightarrow \quad y = -0{,}136x^2 + 1{,}565x$ (inte helt exakt)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar algebraisk lösning och ett godtagbart svar. När det gäller kommunikation saknas förklaring till varför *c* stryks i den allmänna formeln för andragradsfunktionen på andra raden. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå. Lösningen ges två modelleringspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (0 poäng)



Maximal area uppnås då ADE = DBF + EGC

ADE ~ DBF + EGC, se bild

$\Rightarrow$ då $h_1 = h_2$ är ADE = DBF + EGC

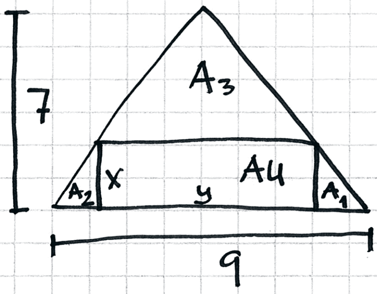
$\Rightarrow$ h_1 & h_2 ska vara $\frac{7,0}{2} = 3,5$ cm

Samma gäller för basen

$\Rightarrow$ största arean $= 3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ cm}^2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen beräknas en area där rektangelns bas sätts till halva triangelns bas och rektangelns höjd sätts till halva triangelns höjd. Att det skulle vara största arean visas inte. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 26.2 (1 A_{PL})



$$A_1 + A_2 = \frac{(9-y)\cdot x}{2} = \frac{9x - xy}{2}$$

$$A_3 = \frac{y(7-x)}{2} = \frac{7y - xy}{2}$$

$$A_{TOT} = \frac{9\cdot 7}{2} = 31{,}5$$

$$A_4 = xy$$

$$A_4 = A_{TOT} - (A_1 + A_2 + A_3) = 31{,}5 - \left(\left(\frac{9x-xy}{2}\right) + \left(\frac{7y-xy}{2}\right)\right) =$$

$$= 31{,}5 - \left(\frac{9x - xy + 7y - xy}{2}\right)$$

$$2xy = 63 - 9x + xy - 7y + xy$$

$$63 - 9x - 7y = 0$$

$$9x + 7y = 63$$

För att få största möjliga area ska förhållandet mellan triangelns bas och höjd vara detsamma som rektangelns bas och höjd. $\left(\frac{7}{9} = \frac{x}{y}\right) \Rightarrow 7y = 9x$

$$\begin{cases} 9x + 7y = 63 & (1) \\ 7y = 9x & (2) \end{cases}$$

$$9x = 63 - 9x$$

$$18x = 63$$

$$x = \frac{63}{18}$$

$$x = 3{,}5$$

(2) $7y = 9\cdot 3{,}5$

$$y = \frac{9\cdot 3{,}5}{7}$$

$$y = 4{,}5$$

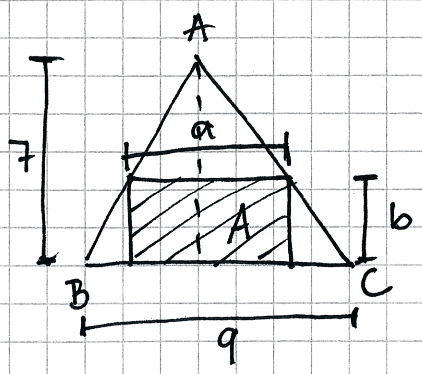
$$\begin{cases} x = 3{,}5 \\ y = 4{,}5 \end{cases}$$

$$A_4 = x\cdot y = 3{,}5 \cdot 4{,}5 = 15{,}75\text{ cm}^2$$

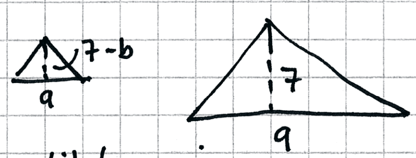
Svar: $15{,}75\text{ cm}^2$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. Antagandet att förhållandet mellan triangelns bas och höjd ska vara detsamma som mellan rektangelns bas och höjd är inte allmänt känt och bör motiveras. Därmed anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 26.3 (2 A_{PL} och 1 A_K)



$A = a \cdot b$



Likformign

$\frac{a}{9} = \frac{7-b}{7} \Rightarrow a = \left(\frac{7-b}{7}\right) \cdot 9$

$a = \left(1 - \frac{b}{7}\right) \cdot 9 \Rightarrow a = 9 - \frac{9b}{7}$

$A = a \cdot b$

$A = \left(9 - \frac{9b}{7}\right) \cdot b \Rightarrow A = 9b - \frac{9b^2}{7}$

Denna formel är en andragradsfunktion för arean. Jag knappar in $9b - \frac{9b^2}{7}$ i min grafräknare och läser av vertex (calc max). Detta är då arean är som störst. Jag läser av y-koordinaten (som motsvarar Arean) till 15,75.

Svar: Den maximala arean är 15,75cm²

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. Den andra problemlösningspoängen erhålls trots att definitionsmängden inte diskuteras. Hänvisning till topptriangelsatsen saknas och hänvisningen till räknaren är knapphändig. Lösningen anses trots bristerna vara lätt att följa och förstå. Lösningen bedöms nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.