

<b>Part B</b>	Problems 1–8 which only require answers.
<b>Part C</b>	Problems 9–15 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes for part B and part C together.
<b>Resources</b>	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, C and D).  
Together they give a total of 58 points consisting of 21 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades

E: 14 points

D: 22 points of which 6 points on at least C-level

C: 29 points of which 11 points on at least C-level

B: 38 points of which 5 points on A-level

A: 45 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: \_\_\_\_\_

Date of birth: \_\_\_\_\_

Educational programme: \_\_\_\_\_

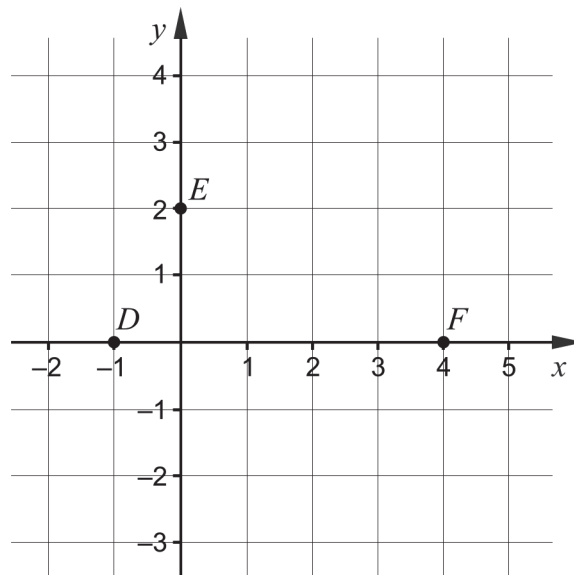
**Part B:** Digital tools are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. Simplify the expressions as far as possible.

a)  $(x + 5)^2 - 10x$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $(x + 3)(x - 3) + 9$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. The graph of the quadratic function  $f$ , where  $y = f(x)$ , passes through the points  $D(-1, 0)$ ,  $E(0, 2)$  and  $F(4, 0)$ .



a) The function  $f$  can be written in the form  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
Determine the constant  $c$ .  
\_\_\_\_\_ (1/0/0)

b) The graph of the function  $f$  has a maximum point.  
Determine the  $x$ -coordinate of the maximum point.  
\_\_\_\_\_ (1/0/0)

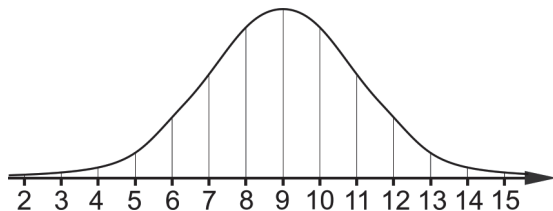
3. Two statements about Lena are given below.

Lena lives in Europe.  Lena lives in Sweden.

Which symbol should be placed in the box between the two statements in order for the argument to be correct?

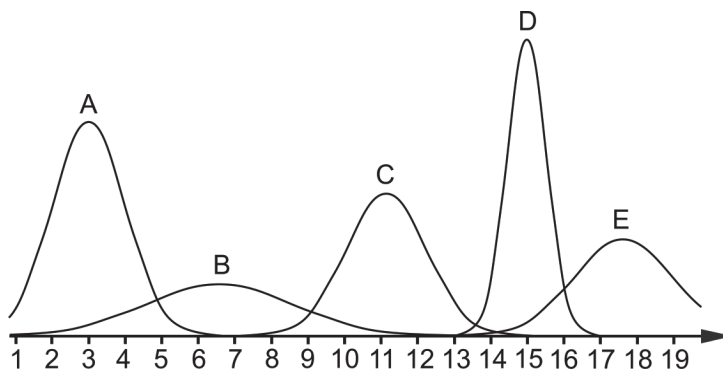
Choose between  $\Leftrightarrow$ ,  $\Rightarrow$  and  $\Leftarrow$ . \_\_\_\_\_ (1/0/0)

4. a) The figure shows a curve representing a normal distribution.



What is the mean of the normal distribution? \_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) The figure shows five curves A–E representing normal distributions.



Which one of the curves A–E represents the normal distribution with the smallest standard deviation? \_\_\_\_\_ (0/1/0)

5. a) In a coordinate system there is a point  $Q(1, 0)$ . Give an example of coordinates of the point  $P$  if the distance between  $P$  and  $Q$  is 5 length units. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) The point  $M(1, \frac{3}{4})$  is the midpoint between the points  $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$  and  $B$ .  
 Determine the coordinates of the point  $B$ . \_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Solve the equations and give exact answers, in the simplest form.

a)  $5^x = 7$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

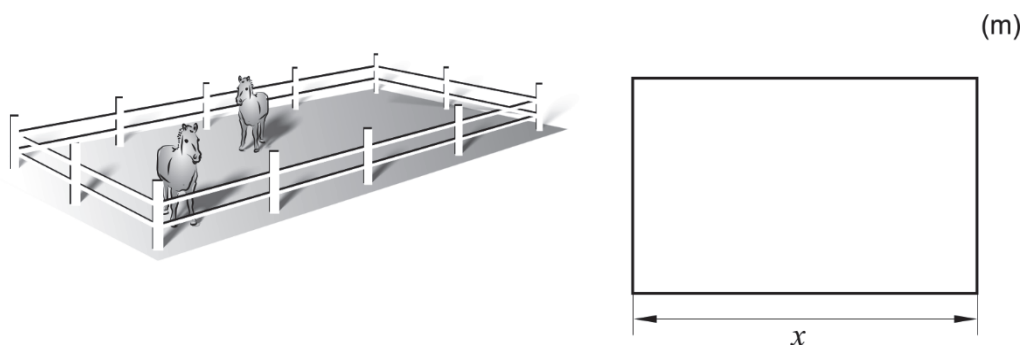
b)  $3 - \sqrt{\sqrt{2x - 5}} = 0$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $\lg 200 - \lg 2 + 98 = 10^x$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

d)  $(3x - 4)(4 - 3x) = -9x^2$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

e)  $(5987 - x)^2 - 2(5987 - x) = 0$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

7. Bosse is building a rectangular paddock for his two horses, using 120 metres of fencing. The length of one side of the paddock is denoted by  $x$ . See figure.



Write down the area  $A$  of the paddock as a function of  $x$ .

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

8. There are many quadratic functions whose graph has the symmetry line  $x = 3$

a) Give an example of such a function. \_\_\_\_\_ (0/1/0)

A parabola has the same shape as the graph of a quadratic function. There are parabolas where  $x = f(y)$ , that is, the parabola is given by a quadratic function  $f$  that is a function of  $y$  instead of a function of  $x$ .

b) Give an example of an equation of a parabola with the symmetry line  $y = 0$   
 \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Part C:** Digital tools are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

9. Solve the quadratic equation  $x^2 + 8x + 12 = 0$  algebraically. (2/0/0)

10. Emma and Sanna want to solve the system of equations  $\begin{cases} x - y = 3.5 \\ 2x + y = 5.5 \end{cases}$

a) There are many ways of solving a system of equations. Emma starts by solving for  $y$  in both equations and gets:

$$\begin{cases} y = x + 3.5 \\ y = -2x + 5.5 \end{cases}$$

Has Emma correctly solved for  $y$  in the two equations? Justify your answer.

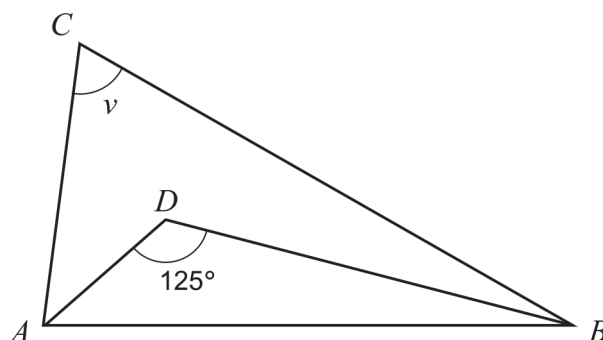
(1/0/0)

b) Sanna claims that  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1.5 \end{cases}$  is a solution to the system of equations  $\begin{cases} x - y = 3.5 \\ 2x + y = 5.5 \end{cases}$

Is Sanna right? Justify your answer.

(1/0/0)

11. In the triangle  $ABC$ , a bisector is drawn from  $A$  and  $B$ , respectively, so that the bisectors intersect in  $D$ . The bisectors form an angle of  $125^\circ$ . See figure.



Determine the angle  $v$ .

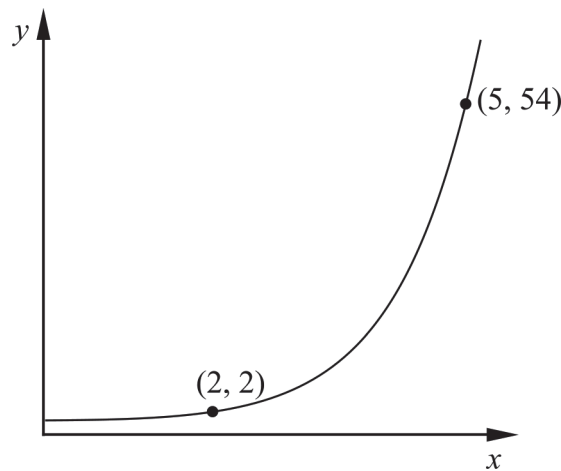
(0/2/0)

12. Solve the system of equations  $\begin{cases} 0.2x - 0.5y = 1.2 \\ x + y + 3.5 = 6 \end{cases}$  algebraically. (0/2/0)

13. Fiona is investigating two numbers whose difference is 1. She claims that the difference between the square of the larger number and the square of the smaller number is the same as the sum of the numbers.

Show that Fiona's claim is always correct for two numbers whose difference is 1. (0/2/0)

14. The figure shows the graph of an exponential function.



Determine the y-coordinate of the point of intersection between the graph of the function and the y-axis. Simplify your answer as far as possible and give an exact answer. (0/0/2)

15. Armand buys a rope in one store for 60 SEK. Another store sells the same type of rope, but there the rope costs 1 SEK more per metre. If Armand had bought the rope in the other store he would have gotten a rope that was two metres shorter for 60 SEK.



Determine how long the rope Armand bought was. Solution by trial and error is not acceptable. (0/0/3)

<b>Part D</b>	Problems 16–28 which require complete solutions.
<b>Test time</b>	120 minutes.
<b>Resources</b>	Digital tools, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, C and D). Together they give a total of 58 points consisting of 21 E-, 20 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades

E: 14 points

D: 22 points of which 6 points on at least C-level

C: 29 points of which 11 points on at least C-level

B: 38 points of which 5 points on A-level

A: 45 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

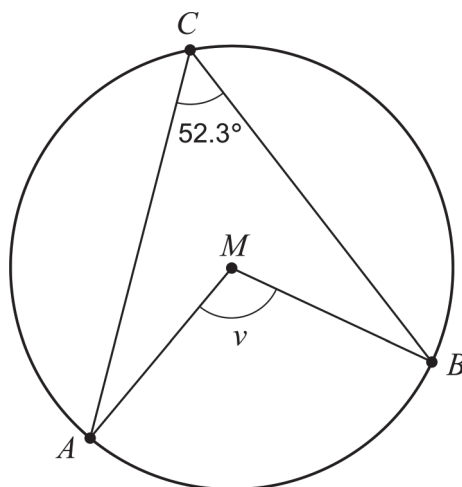
For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital tools.

**Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.**

Name: _____
Date of birth: _____
Educational programme: _____

**Part D:** Digital tools are allowed. Several of the tasks require that you use digital tools to solve them. For the other tasks, it can be an advantage to use digital tools when solving the task. Write down your solutions on separate sheets of paper.

16. The figure shows a circle with centre  $M$ . The points  $A$ ,  $B$  and  $C$  lie on the perimeter of the circle.



Determine the angle  $v$ .

*Only answer is required*

(1/0/0)

17. Solve the equation  $\sqrt{2.11x - 5} = 8.6$  and give your answer to at least one decimal place.

*Only answer is required*

(1/0/0)

18. A quadratic function  $f$  is given by  $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$ .  
Give an example of a point that lies on the graph of  $f$ .

*Only answer is required*

(1/0/0)

19. The table shows some values of the variables  $x$  and  $y$ .

$x$	22	23	24	25	26	27	28
$y$	4.2	5.6	4.9	3.6	3.1	1.9	2.5

Using these values, a best fit relation in the form  $y = ax + b$  can be determined.

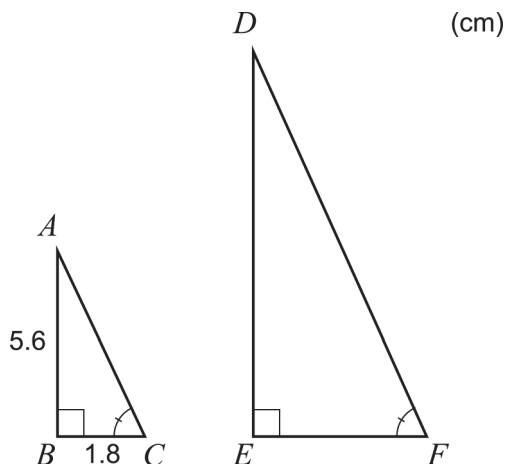
Determine  $a$  and  $b$  using linear regression. Give your answer to at least two decimal places.

*Only answer is required*

(1/0/0)



20. In a right-angled triangle  $ABC$ , the side  $AB$  is 5.6 cm and the side  $BC$  is 1.8 cm. The triangle  $DEF$  is similar to the triangle  $ABC$ . The side  $EF$  is twice as long as the side  $BC$ , see figure.



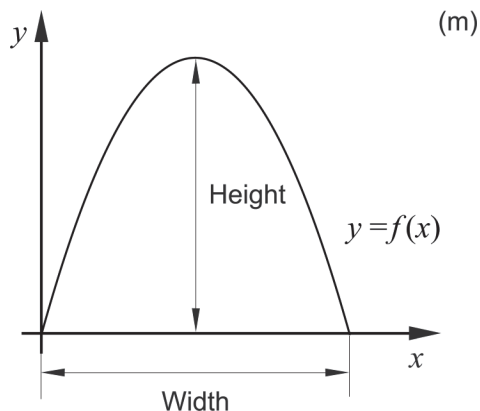
How many times larger is the area of the triangle  $DEF$  compared to the area of the triangle  $ABC$ ?

(2/0/0)

21. The picture shows the Municipal Asphalt Plant in New York.



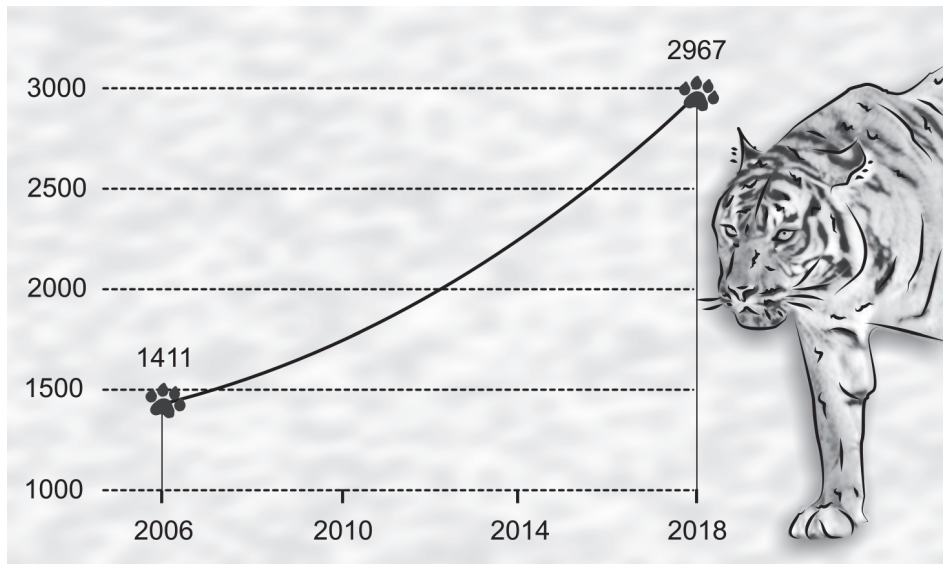
The outer edge of the front of the building can be described by the graph of the quadratic function  $f$ . The function  $f$  is given by  $f(x) = -0.14x^2 + 3.92x$  where  $x$  and  $f(x)$  are measured in metres and the  $x$ -axis is placed at ground level along the front of the building. See figure.



Determine the width and height of the building. *Only answer is required*

(2/0/0)

22. In the year 2018, the newspaper Times of India printed a story on the number of tigers in India having more than doubled since 2006.

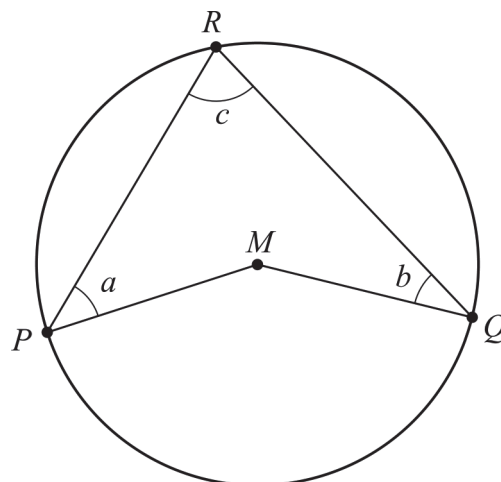


The newspaper claimed that there were 1411 tigers in India in 2006 and that there were 2967 tigers in 2018. Assume that the number of tigers was counted at the beginning of 2006 and at the beginning of 2018. Also assume that the annual rate of change in percent was constant during the time period, and that the rate of change will be the same after 2018 as well.

Determine in what year the number of tigers is expected to be 5000.

(0/3/0)

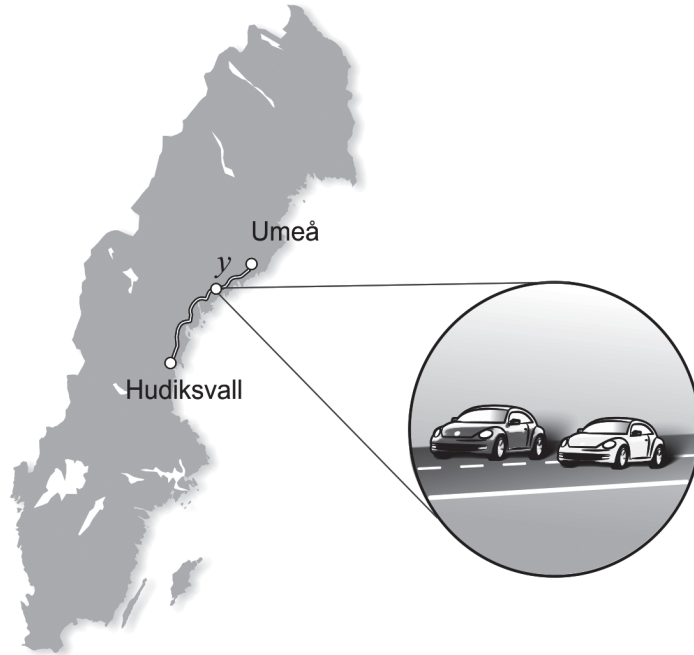
23. The figure shows the quadrilateral  $PMQR$  in a circle where  $P$ ,  $Q$  and  $R$  lie on the perimeter of the circle and  $M$  is the centre of the circle. The angles  $a$ ,  $b$  and  $c$  are marked in the figure.



Show that the relation  $a + b = c$  holds for all quadrilaterals  $PMQR$  where  $P$ ,  $Q$  and  $R$  lie on the perimeter of the circle and  $M$  is the centre of the circle.

(0/2/0)

24. Edith and Adrian drive the same route from Umeå to Hudiksvall. Adrian starts first and Edith starts when Adrian has already travelled 13 km. After a while, Edith passes Adrian. Adrian's average speed is 72 km/h until Edith passes him, and Edith's average speed is 81 km/h until she passes Adrian.



The partial system of equations can be used to find out how far Edith has travelled when she passes Adrian.

$$\begin{cases} y = 81x \\ \dots \end{cases}$$

where  $y$  km is the distance Edith has travelled until she passes Adrian. See figure.

- a) Interpret what  $x$  means in this context. (1/0/0)

When Edith passes Adrian, they have travelled a third of the distance between Umeå and Hudiksvall.

- b) Calculate the distance between Umeå and Hudiksvall. (0/0/2)

25. The hourly wages of four people satisfy the following:

Mean: 210 SEK/h  
Median: 200 SEK/h  
Range: 80 SEK/h

Investigate the possible hourly wages for the person with the highest hourly wage.

(0/2/0)

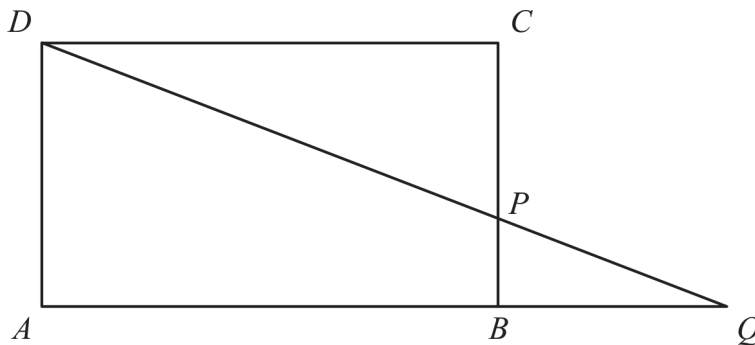
26. Assume that  $a$ ,  $b$  and  $c$  are three consecutive integers where  $a < b < c$ .

Investigate if the expression  $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$  is always an integer for any such consecutive integers  $a$ ,  $b$  and  $c$ . (0/0/3)

27. The function  $f$  is given by  $f(x) = \frac{x^2}{a}$  where  $a$  is a constant and  $a > 0$ .  
A line segment  $S$  is drawn from the point on the graph of the function where the  $x$ -coordinate is  $a$  to the point on the graph of the function where the  $x$ -coordinate is  $2a$ .

Determine the length of the line segment  $S$  in terms of  $a$ . (0/0/2)

28. The figure shows the rectangle  $ABCD$  with one point  $P$  on the side  $BC$ . When the line segments  $DP$  and  $AB$  are extended, they intersect in the point  $Q$ .



Determine  $\frac{AB}{AQ}$  if  $BP = a$  and  $PC = 3a$ . (0/0/3)

# Innehållsförteckning

<b>Inledning</b> .....	<b>4</b>
Läsanvisning.....	4
<b>1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c</b> .....	<b>5</b>
Uppgifter av kortsvarstyp .....	5
Uppgifter av långsvarstyp .....	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	6
Digitala prov ska avidentifieras .....	7
Sammanställning av elevresultat .....	7
Sammanställning till ett provbetyg .....	7
<b>2. Bedömningsanvisningar</b> .....	<b>8</b>
Läsanvisning.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	10
Instruktioner för bedömning av delprov D .....	11
<b>3. Exempel på bedömda elevlösningar</b> .....	<b>15</b>
Uppgift 9 .....	15
Uppgift 10b .....	15
Uppgift 11 .....	16
Uppgift 13 .....	18
Uppgift 15 .....	20
Uppgift 22 .....	22
Uppgift 23 .....	24
Uppgift 25 .....	25
Uppgift 26 .....	27
Uppgift 27 .....	29
Uppgift 28 .....	29
<b>4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg</b> .....	<b>32</b>
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2c .....	32
Resultatet på provet ska särskilt beaktas vid betygssättningen.....	32
<b>5. Instruktioner för inrapportering av provresultat</b> .....	<b>33</b>
<b>6. Kopieringsunderlag och webbmaterial</b> .....	<b>35</b>
Webbmaterial.....	35
Formulär för sammanställning av elevresultat .....	36

# Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning.

I årskurs 3 i grundskolan och motsvarande skolformer är syftet att stödja bedömningen av uppnådda kunskapskrav.

De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

## Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2c. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

## Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

## Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

### Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_p$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_p$

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

**Modell 2**

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E <sub>p</sub>
med korrekt bestämning av ...	+1 E <sub>p</sub>
Godtagbar verifiering av ...	+1 E <sub>p</sub>

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

**Modell 3**

E	C	A
Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar E-nivå, t.ex. ...	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar C-nivå, t.ex. ...	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar A-nivå, t.ex. ...
1 E <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> och 1 C <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> , 1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

I vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt\*.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, dvs. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett till stor del tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara relativt lätt att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt\*.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad och endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

\*Avsteg från denna princip kan i undantagsfall göras om det bedöms att den del av lösningen som är felaktig eller saknas inte tillför något väsentligt när det gäller möjligheten att bedöma den skriftliga kommunikationsförmågan.



För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, ≠, <, >, ≤, ≥, ≈, ±, $\sqrt{\quad}$ , $\sqrt[n]{\quad}$ , $\Rightarrow$ , $\Leftarrow$ , $\Leftrightarrow$ $f(x)$ , $x$ , $y$ , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , ( ), %, {, $\bar{x}$ , $\sigma$ , $Sx$ , $\mu$ VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. $x$ -led, $y$ -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, variabel, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, extrempunkt, maximum, minimum, maximimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponent, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, uttryck, ekvation, falsk rot, implikation, ekvivalens, likformighet, kongruens, rätvinklig, liksidig, likbent, parallell, vinkelrät, regression, korrelationskoefficient, normalfördelning, lådagran, median, medelvärde, typvärde, kvartil, percentil, standardavvikelse, variationsbredd, kvartilavstånd
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, abc-formeln, kvadratkomplettering, kvadreringsregeln, konjugatregeln, logaritmlagarna, villkor för vinkelräta linjer, vinkelsumma i en $n$ -hörning, satser om likformighet och kongruens, yttervinkelsatsen, randvinkelsatsen, kordasatsen, bisektrissatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

## Digitala prov ska avidentifieras

De prov som eleverna har genomfört digitalt ska *avidentifieras* före bedömningen. Läraren som bedömer ska alltså inte veta vems prov hon eller han bedömer. Mer information om detta finns på Skolverkets webbsida [www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan](http://www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan).

## Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven kan resultaten noteras i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

## Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

## 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

### Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

### Instruktioner för bedömning av delprov B

<b>1.</b>	<b>Max 2/0/0</b>
a) Korrekt svar ( $x^2 + 25$ )	+1 E <sub>P</sub>
b) Korrekt svar ( $x^2$ )	+1 E <sub>P</sub>
<b>2.</b>	<b>Max 2/0/0</b>
a) Korrekt svar (2)	+1 E <sub>B</sub>
b) Korrekt svar (1,5)	+1 E <sub>B</sub>
<b>3.</b>	<b>Max 1/0/0</b>
Korrekt svar ( $\Leftrightarrow$ )	+1 E <sub>B</sub>
<b>4.</b>	<b>Max 1/1/0</b>
a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9)	+1 E <sub>B</sub>
b) Korrekt svar (D)	+1 C <sub>B</sub>

- 5.** **Max 1/1/0**
- a) Korrekt svar (t.ex. (6, 0)) +1 E<sub>PL</sub>  
*Kommentar:* Andra vanliga korrekta svar är (-4, 0), (1, 5), (4, 4) och (-2, 4).
- b) Korrekt svar  $(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})$  +1 C<sub>PL</sub>  
*Kommentar:* Korrekt svar i decimalform eller korrekt svar som inte är förkortat, t.ex.  $(\frac{6}{4}, \frac{5}{4})$ , ges poäng.
- 6.** **Max 1/3/1**
- a) Korrekt svar  $(x = \frac{\lg 7}{\lg 5})$  +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar  $(x = 43)$  +1 C<sub>P</sub>
- c) Korrekt svar  $(x = 2)$  +1 C<sub>P</sub>
- d) Korrekt svar  $(x = \frac{2}{3})$  +1 C<sub>P</sub>
- e) Korrekt svar  $(x_1 = 5987, x_2 = 5985)$  +1 A<sub>P</sub>
- 7.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar  $(A = x \cdot \frac{120 - 2x}{2})$  +1 C<sub>M</sub>
- 8.** **Max 0/1/1**
- a) Korrekt svar (t.ex.  $y = (x - 2)(x - 4)$ ) +1 C<sub>B</sub>  
*Kommentar:* Svar som uppfyller  $\frac{b}{a} = -6$  där  $y = ax^2 + bx + c$  är korrekta.
- b) Korrekt svar (t.ex.  $x = y^2$ ) +1 A<sub>B</sub>  
*Kommentar:* Även svar på formen  $f(y) = y^2$  ges poäng.

## Instruktioner för bedömning av delprov C

9. Max 2/0/0

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andradgradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -2$  och  $x_2 = -6$ ) +1 E<sub>P</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



10. Max 2/0/0

a) Godtagbart resonemang som inkluderar slutsatsen att Emma har gjort fel (t.ex. "Nej, det borde stå  $-3,5$  i den första ekvationen.") +1 E<sub>R</sub>

b) Godtagbart resonemang som visar att  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1,5 \end{cases}$  inte är en lösning och som inkluderar slutsatsen att Sanna har fel +1 E<sub>R</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



11. Max 0/2/0

Godtagbar ansats, visar insikt i att vinklarna vid  $A$  är lika stora och att vinklarna vid  $B$  är lika stora samt att  $\angle DAB + \angle ABD = 55^\circ$  +1 C<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $70^\circ$ ) +1 C<sub>PL</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



12. Max 0/2/0

Godtagbar ansats, kommer fram till en korrekt ekvation i en variabel utifrån ekvationssystemet +1 C<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 3,5$ ;  $y = -1$ ) +1 C<sub>P</sub>

- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där ena ledet av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel och en förenkling påbörjas för att visa att VL=HL  
*eller*  
 där båda delarna av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel  
*eller*  
 där hela sambandet ställs upp i två variabler och skrivs om korrekt med konjugatregeln +1 C<sub>R</sub>  
 med slutfört resonemang där det visas att Fionas påstående stämmer +1 C<sub>R</sub>

*Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*



- 14.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex.  $\begin{cases} 2 = C \cdot a^2 \\ 54 = C \cdot a^5 \end{cases}$   
*och*  
 eliminerar en variabel på ett korrekt sätt i den fortsatta lösningen +1 A<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar som är förenklat ( $\frac{2}{9}$ ) +1 A<sub>P</sub>



- 15.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation i en variabel, t.ex.  
 $(\frac{60}{x} + 1)(x - 2) = 60$  +1 A<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12 m) +1 A<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A<sub>K</sub>




*Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*



## Instruktioner för bedömning av delprov D

- 16.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar (104,6°) +1 E<sub>B</sub>
- 17.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar ( $x = 37,4$ ) +1 E<sub>P</sub>

- 18.** **Max 1/0/0**  
 Korrekt svar (t.ex. (0, 7)) +1 E<sub>PL</sub>
- 19.** **Max 1/0/0**  
 Korrekt svar ( $a = -0,51$  och  $b = 16,45$ ) +1 E<sub>P</sub>  
*Kommentar:* Även svaret  $y = -0,51x + 16,45$  ges poäng.
- 20.** **Max 2/0/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. beräknar arean av triangel  $DEF$ ,  $20,16 \text{ cm}^2$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 gånger större)  
 eller (4 gånger så stor) +1 E<sub>PL</sub>  
*Kommentar:* Godtagbar lösning med svaret ”4 gånger större” anses också korrekt eftersom det handlar om en språklig missuppfattning och inte en matematisk sådan.
- 21.** **Max 2/0/0**  
 Godtagbar ansats, anger korrekt värde för antingen bredden eller höjden +1 E<sub>M</sub>  
 med godtagbart svar (bredd 28 m, höjd 27 m) +1 E<sub>M</sub>
- 22.** **Max 0/3/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för att bestämma  
 förändringsfaktorn,  $2967 = 1411 \cdot a^{12}$  +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2026) +1 C<sub>M</sub>  
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig  
 kommunikativ förmåga” +1 C<sub>K</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 23.** **Max 0/2/0**  
 Godtagbar ansats, t.ex. använder randvinkelsatsen och tecknar ett generellt  
 uttryck för fyrhörningens vinkelsumma +1 C<sub>R</sub>  
 med slutfört generellt resonemang som visar att sambandet gäller +1 C<sub>R</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 

- 24.** **Max 1/0/2**
- a) Godtagbart svar (t.ex. ”tiden”) +1 E<sub>M</sub>
- b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer  $x$ ,  $x = 1,44$  +1 A<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (350 km) +1 A<sub>M</sub>
- 25.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, inser att den sammanlagda timlönen för den som har den lägsta och den högsta timlönen är 440 kr/h  
*eller*  
 ställer upp en ekvation i en variabel, t.ex.  $\frac{x + 400 + x + 80}{4} = 210$   
*eller*  
 påbörjar en prövning där alla tre villkoren ingår och tolkas korrekt +1 C<sub>B</sub>  
 med slutfört resonemang med korrekt svar (260 kr/h) +1 C<sub>R</sub>  
*Kommentar:* Även svaren 260 och 260 kronor ges poäng.
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 26.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för  $a$ ,  $b$  och  $c$  och skriver om uttrycket i en variabel, t.ex.  $\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3}$  +1 A<sub>R</sub>
- med slutfört resonemang som inkluderar slutsatsen att uttrycket alltid är ett heltal +1 A<sub>R</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A<sub>K</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 27.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, bestämmer  $y$ -koordinaterna för båda punkterna +1 A<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $a\sqrt{10}$  l.e.) +1 A<sub>PL</sub>
- Kommentar:* Även svaren  $3,16a$ ,  $a\sqrt{10}$  och  $\sqrt{10a^2}$  ges poäng.
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 

28.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. anger ett samband mellan  $DC$  och  $BQ$  med hjälp av likformighet

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$ )

+1 A<sub>PL</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”

+1 A<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*





### 3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

#### Uppgift 9

##### Elevlösningsexempel 9.1 (0 poäng)

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

$$x = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 2$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen görs ett teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

#### Uppgift 10b

##### Elevlösningsexempel 10b.1 (0 poäng)

$$x - y = 3,5 \quad y = x - 3,5$$

$$2x + x - 3,5 = 5,5 \quad 3x = 2 \quad x = \frac{2}{3}$$

$$y = 3 - \frac{2}{3} \quad y = 2\frac{1}{3}$$

Svar: Nej

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen dras korrekt slutsats men utifrån en felaktig lösning av ekvationssystemet. Detta anses inte godtagbart och lösningen ges noll poäng.

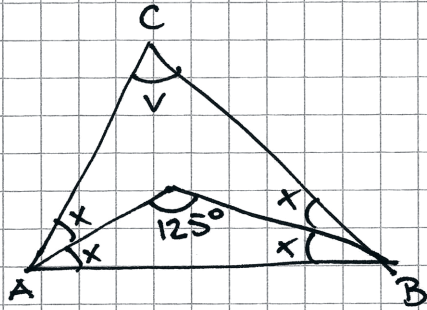
##### Elevlösningsexempel 10b.2 (1 ER)

b.) Fel,  
 $2 \cdot 5 + 1,5 \neq 5,5$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen motiveras att Sanna har fel genom insättning av lösningen i den andra ekvationen. Trots att lösningen är knapphändig anses den rätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

## Uppgift 11

## Elevlösningsexempel 11.1 (0 poäng)



$$180 - 125^\circ = 55^\circ$$

$$2x = 55^\circ$$

$$x = 27,5^\circ$$

$$\angle CAB \text{ \& } \angle CBA = 2x, \text{ dvs } 55^\circ$$

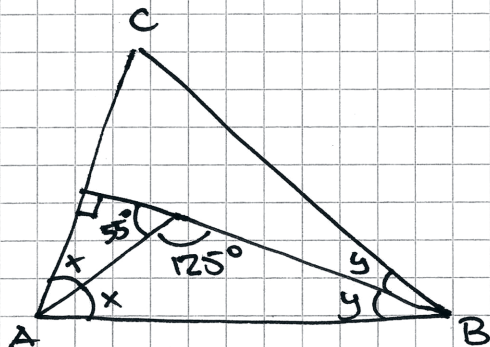
$$55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$$

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\text{Svar: } \angle V = 70^\circ$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen görs antagandet att båda trianglarna  $ABC$  och  $ABD$  är likbenta. Detta är ett specialfall som förenklar problemet vilket gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för ansatspoäng. Lösningen ges noll poäng.

## Elevlösningsexempel 11.2 (0 poäng)



$$180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$$55^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 35^\circ$$

$$35^\circ + 125^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 20^\circ$$

$$2 \cdot 35^\circ + 2 \cdot 20^\circ + v = 180^\circ$$

$$v = 70^\circ$$

$$\text{Svar: } v = 70^\circ$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen förlängs sträckan  $BD$  och sedan görs antagandet att det bildas en rät vinkel mot sträckan  $AC$ . Detta är ett specialfall som förenklar problemet vilket gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för ansatspoäng. Lösningen ges noll poäng.

## Elevlösningsexempel 11.3 (0 poäng)

$$125^\circ = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$$

$$\angle a + \angle b = 55^\circ$$

$$55^\circ \cdot 2 = 110^\circ$$

$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\underline{v = 70^\circ}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen visas insikt i att  $\angle DAB + \angle ABD = 55^\circ$  på andra raden i lösningen. Däremot redovisas det inte i lösningen att vinklarna vid  $A$  är lika stora och att vinklarna vid  $B$  är lika stora. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för ansatspoäng och lösningen ges noll poäng.

**Elevlösningsexempel 11.4 (2 CPL)**

$$u + w + 125 = 180$$

$$u + w = 180 - 125 = 55$$

$$v + u + D + w = 360$$

$$D = 360 - 125 = 235$$

$$v + u + w = 360 - D = 360 - 235 = 125$$

$$v = 125 - (u + w) = 125 - 55 = 70$$

$$\underline{v = 70^\circ}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet i sin helhet där användningen av bisektrisens egenskaper nätt och jämnt framgår i steget från rad 2 till rad 3. Trots att de införda vinkelbeteckningarna inte definieras anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på C-nivå.

**Uppgift 13****Elevlösningsexempel 13.1 (1 CR)**

$$x - (x-1) = 1$$

$$x^2 - (x-1)^2 = x + (x-1)$$

tex

$$8^2 - 7^2 = 15 \quad 3^2 - 2^2 = 5 \quad 6^2 - 5^2 = 11$$

$$8 + (8-1) = 15 \quad 3 + (3-1) = 5 \quad 6 + (6-1) = 11$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen ställs ett korrekt samband upp i en variabel på andra raden vilket motsvarar en godtagbar ansats. De uträknade exemplen visar inte att sambandet gäller generellt och tillför därmed inget till resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 13.2 (1 CR)

$$\begin{aligned} \text{tal } 1 &= x \\ \text{tal } 2 &= y \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 & \textcircled{1} \\ (x + y)(x - y) = x + y & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)} = \frac{x+y}{x+y}$$

$$x - y = 1 \quad \text{vsv}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen ställs hela sambandet upp korrekt i två variabler och skrivs om med konjugatregeln vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen visas att om  $x^2 - y^2 = x + y$  så är skillnaden mellan talen 1 vilket är det omvända mot vad som skulle visas. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangs-poängen på C-nivå vara uppfyllda.

## Uppgift 15

## Elevlösningsexempel 15.1 (2 Am)

$$\begin{cases} x \cdot y = 60 \\ (x+1)(y-2) = 60 \end{cases}$$

$$x = 60/y$$

$$(60/y + 1)(y - 2) = 60$$

$$60y/y - 120/y + y - 2 = 60$$

$$60 - 120/y + y = 62$$

$$-120/y + y = 2$$

$$-120 \cdot y/y + y \cdot y = 2 \cdot y$$

$$-120 + y^2 = 2y$$

$$y^2 - 2y - 120 = 0$$

$$y = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 120}$$

$$\text{test: } x \cdot y = 60$$

$$12 \cdot 5 = 60$$

$$(x+1)(y-2) = 60$$

$$6 \cdot 10 = 60$$

$$y = 1 \pm \sqrt{1 + 120}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{121}$$

$$y = 1 \pm 11$$

$$y = 12$$

$$x = 60/12 = 5$$

Svar: 12 meter

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Dock hanteras inte den negativa roten och variablerna definieras inte. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Lösningen ges två modelleringspoäng på A-nivå.

## Elevlösningsexempel 15.2 (1 AM och 1 AK)

$$x \cdot y = 60$$

$$x = \frac{60}{y}$$

$x = \text{kost/m i kr/m}$ $y = \text{längd i m}$
--

$$(x+1)(y-2) = 60$$

$$\left(\frac{60}{y} + 1\right)(y-2) = 60$$

$$60 - \frac{120}{y} + y - 2 = 60$$

$$y - \frac{120}{y} - 2 = 0 \quad \cdot y$$

$$y^2 - 2y - 120 = 0 \quad \text{pq-formel}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{1+120}$$

$$y_1 = 1 + \sqrt{121} \quad (y_2 = 1 - \sqrt{121})$$

$$\text{Svar: } 1 + \sqrt{121} \text{ m}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet ända fram till att  $\sqrt{121}$  ska beräknas. Svaret "1 +  $\sqrt{121}$  m" anses inte godtagbart och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. När det gäller kommunikation hanteras den negativa roten men förklaringen till varför den utesluts saknas. Detta vägs dock upp av en tydlig variabeldefinition och att strukturen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på A-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 22

## Elevlösningsexempel 22.1 (1 Cm och 1 Ck)

$$y = C \cdot a^x$$

$$2967 = 1411 a^{12}$$

$$2,10\dots = a^{12}$$

$$a = 1,06$$

$$5000 = 2967 \cdot 1,06^x$$

$$1,685\dots = 1,06^x$$

$$\lg 1,685\dots = x \cdot \lg 1,06$$

$$x = 8,96$$

Svar: från 2018 ca 9 år  
alltså 2027

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen ställs en korrekt ekvation upp för att bestämma förändringsfaktorn vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen används för få värdesiffror på förändringsfaktorn vilket inte anses godtagbart och kraven för den andra modelleringspoängen anses därmed inte uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom den allmänna exponentialekvationen är uppställd anses variablerna någorlunda definierade. Trots att likhetstecknet används vid avrundade svar på flera ställen anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges en modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.



## Elevlösningsexempel 22.2 (2 Cm och 1 Ck)

2006 : 1411 tigrar  
(0)

2018 : 2967 tigrar  
(12)

$$y = Cx^a$$

$$2967 = 1411 x^{12}$$

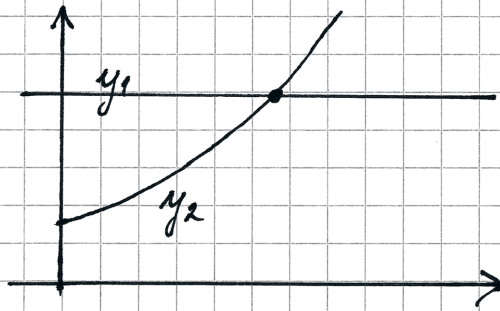
$$x^{12} = \frac{2967}{1411}$$

$$x = \left(\frac{2967}{1411}\right)^{1/12} \approx 1,0639 \text{ (förändringfaktor)}$$

$$y = Ca^x$$

$$5000 = 2967 \cdot 1,0639^x$$

ritar med räknaren :  $y_1 = 5000$



$$y_2 = 2967 \cdot 1,0639^x$$

räknaren ger  
skärningspunkten

$$x \approx 8,425$$

$$y = 5000$$

$$2006 + 12 + 8,425 = 2026,42$$

Det vill säga år 2026 blir det  
5000 st.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom de allmänna potens- och exponentialekvationerna är uppställda anses variablerna någorlunda definierade. Trots att  $x$  används som både förändringsfaktor och tidsvariabel anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 23

## Elevlösningsexempel 23.1 (1 CR)

$$360 - C = A + B + (360 - 2C)$$

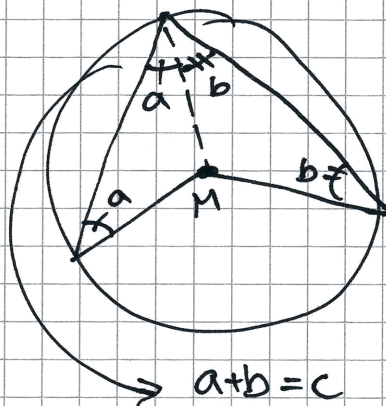
$$360 - C = A + B - 2C + 360$$

$$+ 2C - 360$$

$$C = A + B$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen används fyrhörningens vinkelsumma och randvinkelsatsen på ett korrekt sätt vilket anses motsvara en godtagbar ansats. Eftersom de uppställda sambanden inte motiveras utifrån varken figur eller hänvisning till geometriska satser anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 23.2 (2 CR)



Om man drar ett streck från M till R bildas 2 st likbenade trianglar där c består av a + b.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen genomförs ett godtagbart resonemang där den tydliga figuren nätt och jämnt anses vara en tillräcklig motivering till varför de två trianglarna är likbenta. Lösningen ges nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 25

## Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)

$$\text{Medelvärde} = 210$$

$$\text{Median} = 200$$

$$\text{Variationsbredd} = 80$$

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 210$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 200$$

$$x_4 = x_1 + 80$$

$$x_1 = 210 - 40$$

$$\begin{array}{r} -10 \\ -10 \end{array}$$

$$x_2 = 210$$

$$\begin{array}{r} -30 \end{array}$$

$$x_3 = 210$$

$$\begin{array}{r} +10 \\ +20 \end{array}$$

$$x_4 = 210$$

$$\begin{array}{r} +40 \end{array}$$

$$x_1 = 170 \quad x_2 = 180 \quad x_3 = 240 \quad x_4 = 250$$

svar: Den med högst timlön var 250 kr/h

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen tolkas alla tre villkoren korrekt men villkoret för medianen används sedan inte i prövningen. Därmed anses inte kraven för ansatspoäng vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 25.2 (1 C<sub>B</sub>)

$$\begin{aligned}
 & \circ 4p \\
 & \circ \frac{x}{4} = 210 \\
 & \circ \frac{2x}{2} = 200 \quad \times 200 \quad 200 \times \\
 & \circ \text{Största} - \text{minsta} = 80 \text{ kr skillnad} \\
 & \circ \frac{180 + 200 + 200 + 260}{4} = 210 \\
 & \circ 260 - 180 = 80 \text{ kr} \quad \circ \frac{200 + 200}{2} = 200 \\
 & \text{Svar: } 180 \quad 200 \quad 200 \quad \overset{\text{högsta}}{\underline{\underline{260}}} \text{ kr/h}
 \end{aligned}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen påbörjas en prövning där alla tre villkor tolkas korrekt. Trots att  $x$  representerar såväl totalsumman som lägsta och högsta timlönen anses kraven för ansatspoäng vara uppfyllda. Eftersom det inte redovisas att svaret 260 kr/h är den enda möjliga lösningen anses resonemanget inte vara slutfört. Lösningen ges en begrepps-poäng på C-nivå.

## Uppgift 26

## Elevlösningsexempel 26.1 (0 poäng)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

Test.

$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 - 2}{3} = \frac{1 + 4 + 9 - 2}{3} = 4$$

$$\frac{7^2 + 8^2 + 9^2 - 2}{3} = \frac{49 + 64 + 81 - 2}{3} = 64$$

Svar.  $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3} = b^2$

(om  $a$ ,  $b$  och  $c$  är tre följande heltal<sup>☺</sup>)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar inte att uttrycket alltid blir ett heltal då resonemanget enbart baseras på specialfall. Därmed anses inte kraven för resonemangs-poäng på A-nivå vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

## Elevlösningsexempel 26.2 (2 AR)

$$\frac{(a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 - 2}{3} \quad \uparrow \text{förförkorta och förenkla}$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 - 2}{3}$$

$$\frac{3a^2}{3} = a^2$$

Svaret för uttrycket är alltid  $= a^2$

eftersom  $a =$  heltal

så är  $a^2 =$  heltal

Svar: ~~ff~~, alltid ett heltal.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett slutfört resonemang med korrekt slutsats. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men variablerna är inte definierade. Dessutom ansätts  $a$  implicit till  $b$  vilket leder till att  $a$  används felaktigt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

## Elevlösningsexempel 26.3 (2 AR och 1 AK)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

$$\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3} = \frac{a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 2}{3} =$$

$$= \frac{3a^2 + 6a + 3}{3} = \frac{3(a^2 + 2a + 1)}{3} = (a+1)^2 \Rightarrow \underline{\text{alltid heltal!!!}}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett slutfört resonemang. Slutsatsen " $(a+1)^2 \Rightarrow$  alltid heltal" är nätt och jämnt godtagbar då kommentar saknas till att kvadraten på ett heltal alltid är ett heltal. Därmed anses kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade explicit men i och med att lösningen är lätt att följa och förstå anses detta vara underförstått. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 27

## Elevlösningsexempel 27.1 (1 APL)

$$f(x) = \frac{x^2}{a}$$

$$\text{Punkt 1: } f(a) = \frac{a^2}{a} \quad f(a) = a$$

$$\text{Punkt 2: } f(2a) = \frac{(2a)^2}{a}$$

$$f(2a) = \frac{4a^2}{a}$$

$$f(2a) = 4a$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen bestäms funktionsvärdena för de två givna  $x$ -koordinaterna. Detta anses motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

## Uppgift 28

## Elevlösningsexempel 28.1 (0 poäng)

$$\frac{BP}{PC} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AB}{BQ} = \frac{3}{1} \quad \frac{AB}{BQ} = 3$$

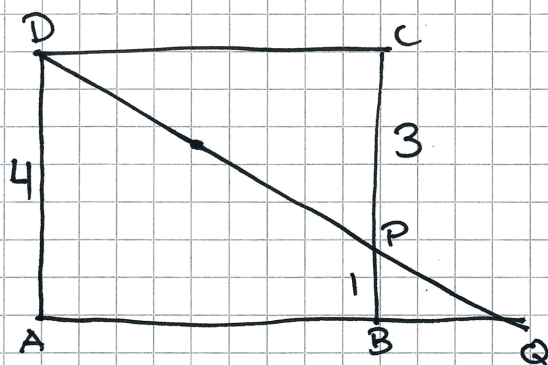
$$AQ = 3BQ + BQ = 4BQ \quad 3BQ = AB$$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{3BQ}{4BQ} = \frac{3}{4} = 0,75$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen görs antagandet att  $\frac{AB}{BQ} = \frac{3}{1}$  men detta

styrks inte genom någon hänvisning till likformighet. Detta anses inte motsvara kraven för en godtagbar ansats och lösningen ges noll poäng.

## Elevlösningsexempel 28.2 (1 APL)



BPQ och DAQ är  
likformiga

$$a = 1$$

$$\frac{BP}{DA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BQ}{AQ} = \frac{1}{4}$$

$$BQ = \frac{AQ}{4}$$

$$AB = AQ - BQ = AQ - \frac{AQ}{4} = \frac{3AQ}{4}$$

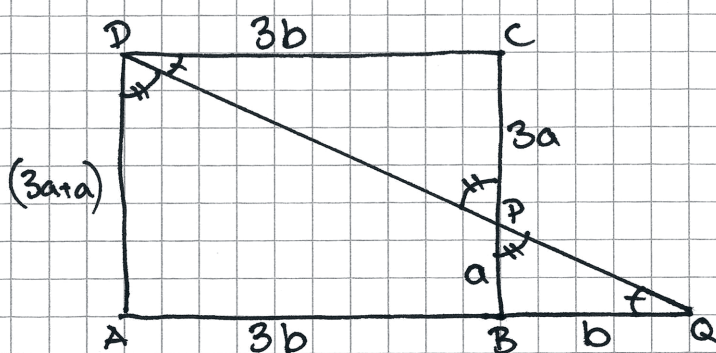
$$\frac{AB}{AQ} = \frac{\frac{3AQ}{4}}{AQ} = \frac{3}{4}$$

Svar:  $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen tecknas ett korrekt likformighetsförhållande vilket motsvarar en godtagbar ansats. Eftersom uppgiften är löst utifrån specialfallet  $a = 1$  anses inte lösningen godtagbar och kraven för den andra problemlösningspoängen anses inte uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men eftersom likformigheten inte motiveras anses lösningen inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.



## Elevlösningsexempel 28.3 (2 APL och 1 AK)



$$\frac{a}{3a} = \frac{BQ}{DC}$$

Nu kan vi se att DCP och DAQ är  
likformiga gäller att:

$$\frac{AD}{CP} = \frac{AQ}{DC} = \frac{DQ}{DP}$$

$$\frac{4a}{3a} = \frac{4b}{3b} = \frac{DQ}{DP} = \frac{4}{3}$$

$$AB = 3b$$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{3b}{4b} = \frac{3}{4}$$

$$AQ = 3b + b$$

$$\text{Svar: } \frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är likformigheten motiverad utifrån bilden och symboler för sträckor och vinklar används på ett tydligt och korrekt sätt. Lösningen är mestadels lätt att följa och förstå men den är något otydlig när  $b$  introduceras. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.