Delprov B	Uppgift 1–10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11–18. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 24 C- och 18 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 51 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

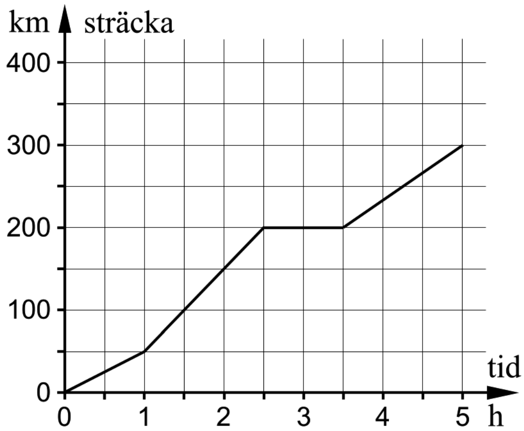
Namn: ____

Födelsedatum: ____

Gymnasieprogram/Komvux: _________________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

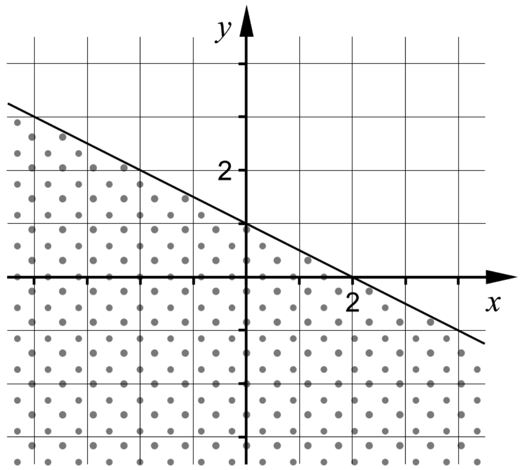
1. En bil kör längs en väg. Diagrammet visar den sträcka bilen kör som funktion av tiden.



Bestäm bilens medelhastighet i intervallet $0 \le t \le 5$

__________________ km/h (1/0/0)

2. Ett av alternativen A–F motsvarar det prickiga området.
Vilket? ______________________ (1/0/0)



A. $y + 0,5x \le 1$

B. $y + 0,5x = 1$

C. $y + 0,5x \ge 1$

D. $y - 0,5x \le 1$

E. $y - 0,5x = 1$

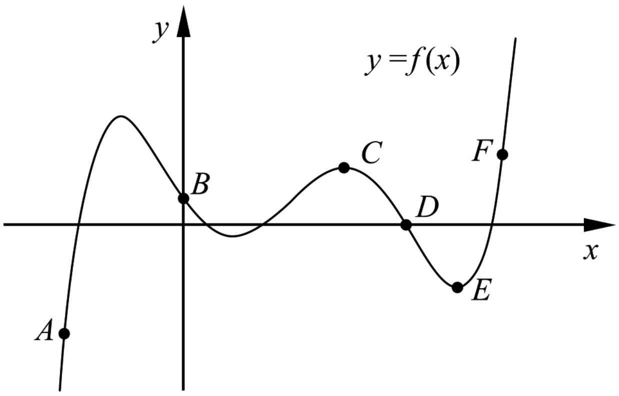
F. $y - 0,5x \ge 1$

3. För funktionen f gäller att $f(x) = \mathrm{e}^{4x}$

a) Bestäm ett närmevärde till $f(0,25)$
Svara med en decimal. $f(0,25) \approx$ ______________________ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(x)$ $f'(x) =$ ______________________ (1/0/0)

4. Figuren visar grafen till en funktion f och de markerade punkterna A–F som ligger på grafen.



a) I två av punkterna A–F är $f'(x) = 0$
Ange dessa två punkter. ______________________ (1/0/0)

b) I två av punkterna A–F är $f'(x) > 0$
Ange dessa två punkter. ______________________ (1/0/0)

5. För funktionerna f och g gäller att

- f och g är två *olika* polynomfunktioner av tredje graden,
- $f'(x) = g'(x)$ för alla x.

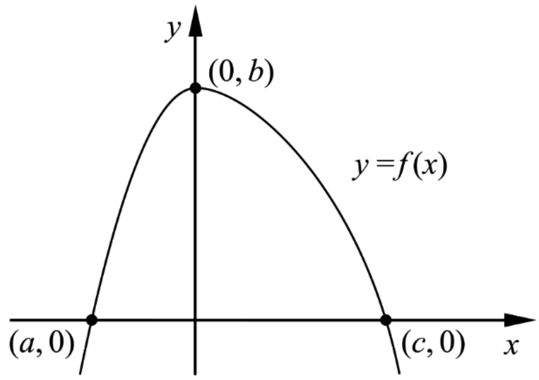
Ge exempel på $f(x)$ och $g(x)$.

$f(x) =$ ______________________ och $g(x) =$ ______________________ (0/1/0)

6. För funktionen h gäller att $h'(x) = 3h(x)$ för alla x.
Ge ett exempel på $h(x)$ om $h(x) \neq 0$

$h(x) =$ ______________________ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen f och tre punkter som ligger på grafen.



Ett av alternativen A–F visar en integral som kan användas för att bestämma arean av det område som begränsas av de båda positiva koordinataxlarna och grafen till f. Vilket?

A. $\int_a^b f(x)\,dx$ D. $\int_a^c f(x)\,dx$

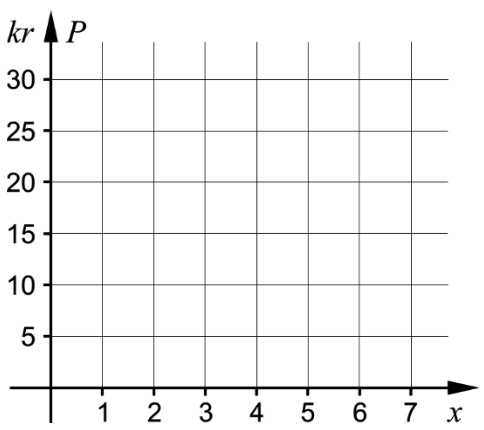
B. $\int_0^b f(x)\,dx$ E. $\int_a^0 f(x)\,dx$

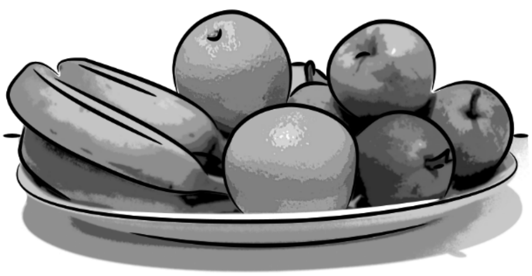
C. $\int_b^c f(x)\,dx$ F. $\int_0^c f(x)\,dx$

______________________ (0/1/0)

8. I Centralskolans cafeteria kostar frukt 5 kr per styck. När en elev handlar kan det totala priset P kr beskrivas som en funktion av antalet frukter x.

Rita funktionens graf i intervallet $1 \leq x \leq 4$ i koordinatsystemet. (0/1/0)





9. Förenkla så långt som möjligt.

a) $\dfrac{x}{(x-5)(5+x)}+\dfrac{5}{(5+x)(x-5)}$ ______________________ (0/1/0)

b) $\dfrac{(x-1)^{13}+(x-1)^{12}}{x}$ ______________________ (0/0/1)

10. En geometrisk summa uppfyller följande villkor:

- Den fjärde termen är -10
- Kvoten mellan en term och närmast föregående term är $-\dfrac{1}{2}$

Bestäm den första termen. ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Jättepandan lever i Kinas sydvästra bambuskogar.

Pandans vikt $V(x)$ under de första fyra åren kan beskrivas med funktionen

$V(x) = -5x^2 + 40x + 0{,}1$

där $V(x)$ är vikten i kg och x är tiden i år efter pandans födelse.

Två år efter födelsen ökar pandans vikt med hastigheten $V'(2)$ kg/år.
Bestäm $V'(2)$. (1/0/0)

12. För funktionen f gäller att $f(x) = 2x^3 - 24x$

Använd derivata och bestäm koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

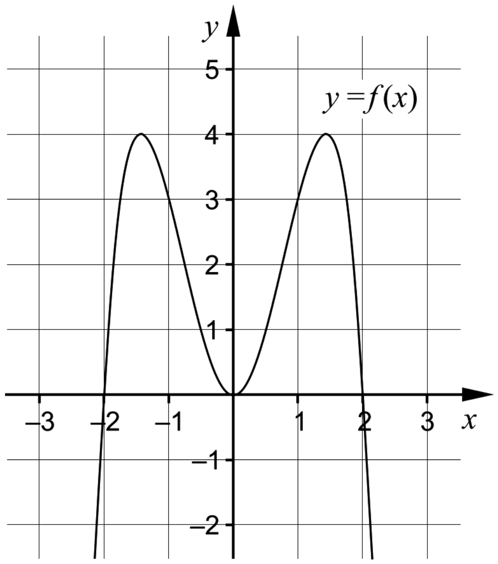
Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/1/0)

13. Beräkna algebraiskt

a) $\displaystyle\int_1^2 (3x^2 + 5)\,\mathrm{d}x$ (2/0/0)

b) $\displaystyle\int_{-4}^{-2} \frac{4}{x^2}\,\mathrm{d}x$ (0/2/0)

14. För funktionen f gäller att $f(x) = 4x^2 - x^4 + A$ där A är en konstant.
Figuren visar grafen till funktionen f då $A = 0$



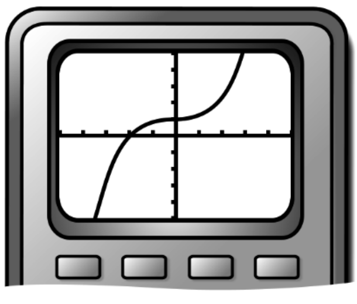
Sabina påstår:
– *Funktionen har alltid tre extrempunkter oavsett värde på konstanten A.*
Har Sabina rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

15. För funktionen f gäller att $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Bestäm den primitiva funktion F för vilken det gäller att $F(9) = 10$ (0/2/0)

16. Peder ritar upp grafen till $f(x) = x^3 + 0,03x + 1$
på sin grafritande räknare och säger:

– *Jag ser att grafen har en terrasspunkt.*

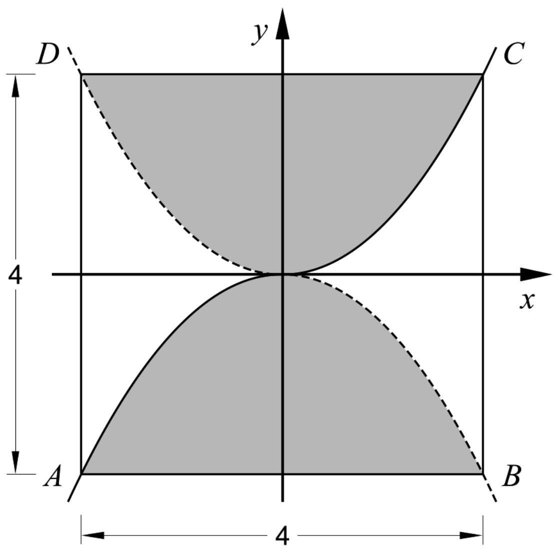


Undersök om han har rätt. (0/2/0)

17. För funktionen f gäller att $f(x)=\dfrac{1}{ax}$ där a är en konstant.

Bestäm $f'(x)$ med hjälp av derivatans definition. (0/1/3)

18. Figuren visar ett koordinatsystem med två tredjegradskurvor (en heldragen och en streckad) på formen $y=ax^3$. Figuren visar även en kvadrat $ABCD$ med sidan 4 längdenheter. Kvadratens mitt ligger i origo.



Tredjegradskurvorna delar kvadraten i fyra områden, två vitmarkerade och två gråmarkerade områden.

Beräkna hur stor andel den sammanlagda arean av de gråmarkerade områdena utgör av kvadraten *ABCD*s area. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 19–26. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 24 C- och 18 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 17 poäng
D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 51 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

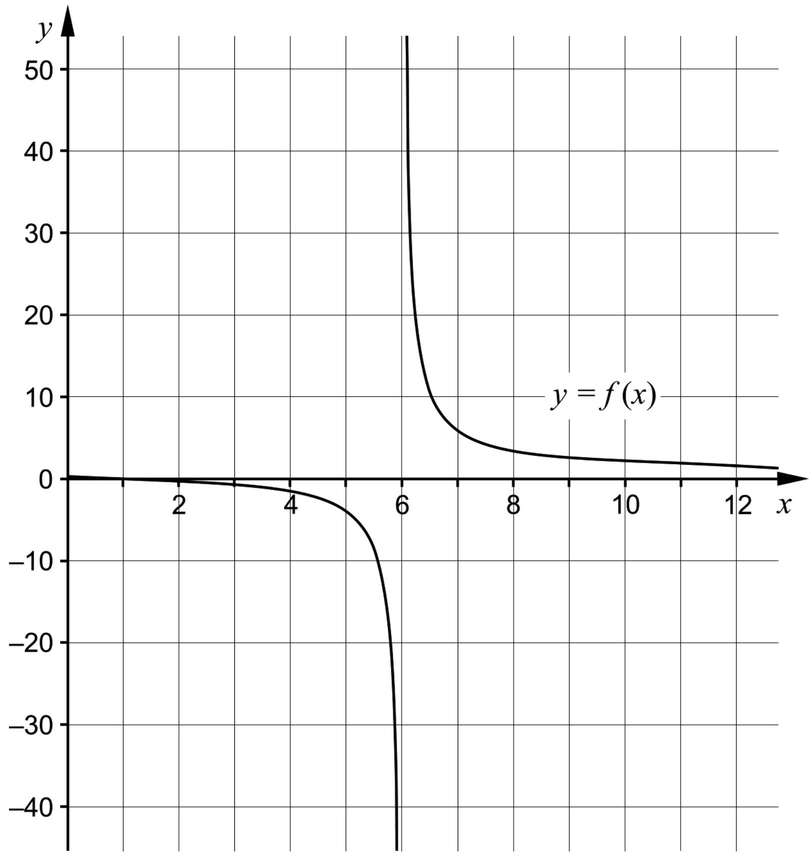
Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

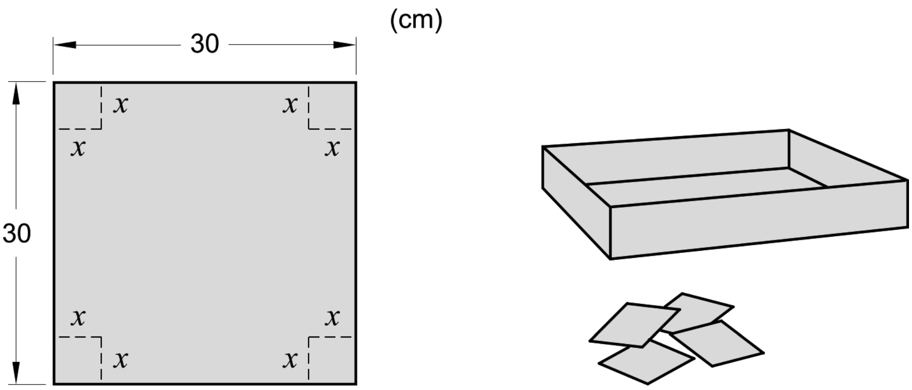
19. Låt $f(x) = x^2 - 24x$
Bestäm värdet på a så att $f'(a) = 17$ (2/0/0)

20. Sofia ritar upp grafen till $f(x) = \dfrac{x-1}{x-6}$, se figur.



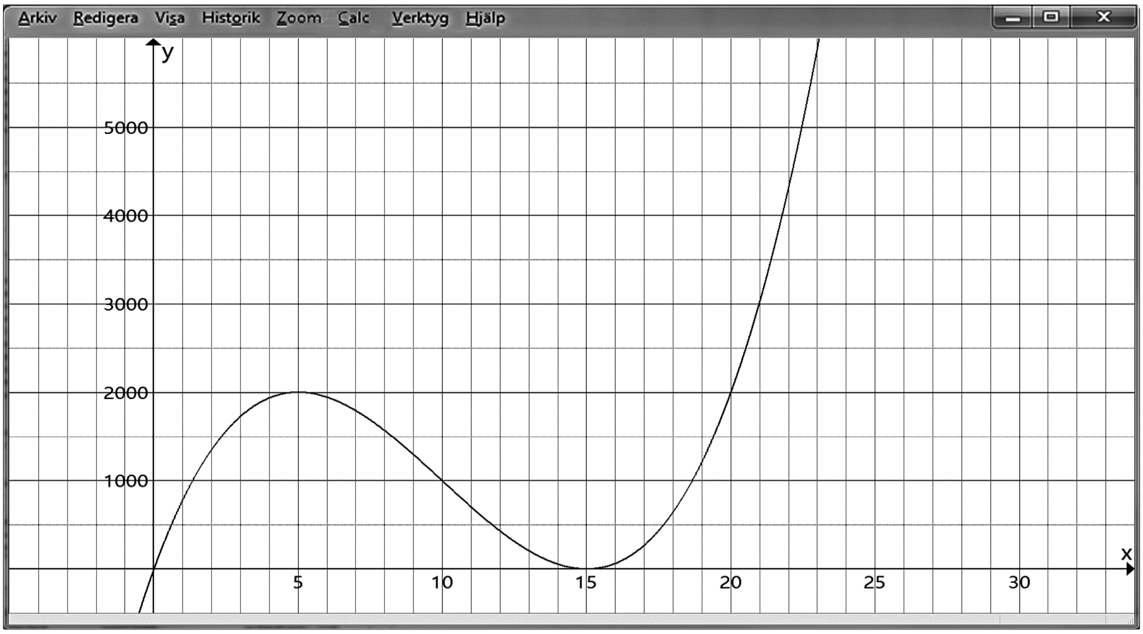
Sofia påstår att: *"Största värdet nås när $x = 6$ "*
Har hon rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

21. Kajsa har kvadratiska pappersark med sidan 30 cm. Hon tänker klippa bort en kvadratisk bit i varje hörn och sedan vika ihop pappersarken till lådor utan lock.



Kajsa antar att de kvadratiska bitarna har sidlängden x cm.
Varje lådas volym $V(x)$ cm^3 bestäms då av sambandet
$V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$

Kajsa ritar upp grafen till V på sin dator:



Besvara frågorna med hjälp av lämpliga avläsningar i figuren.

a) Bestäm sidlängden x cm för den låda som har den största volymen.
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Bestäm bottenytans area för den låda som har den största volymen. (0/1/0)

c) Hur många *olika* lådor med volymen 1000 cm^3 kan Kajsa vika?
Motivera ditt svar. (1/1/0)

22. En viss tv i 4K-format kostar idag 33 700 kr men den minskar snabbt i värde. Värdet av tv:n kan beskrivas med modellen $V(t) = 33\,700\,\mathrm{e}^{-0{,}0348 \cdot t}$ där $V(t)$ är värdet av tv:n i kronor och t är tiden i månader efter inköpet.

a) Efter en viss tid är tv:n värd 20 000 kr. Bestäm hur många månader som då gått efter inköpet. (2/0/0)

Det är möjligt att köpa denna tv på avbetalning, vilket inklusive ränta och andra avgifter innebär en kostnad av 488 kronor per månad under 72 månader.

b) Ett visst antal månader efter inköpet är tv:ns värde lika stort som summan av de då gjorda inbetalningarna. Utgå från modellen och bestäm när detta sker. (0/2/0)

23. Elliot vill bestämma $f'(2)$ då $f(x) = \sqrt{x^3 + 5}$

Eftersom han inte lärt sig derivera $f(x) = \sqrt{x^3 + 5}$ kan han inte lösa uppgiften genom att beräkna $f'(2)$ algebraiskt. Han bestämmer istället ett närmevärde till derivatan genom att beräkna ändringskvoten

$$\frac{\sqrt{2{,}5^3 + 5} - \sqrt{1{,}5^3 + 5}}{2{,}5 - 1{,}5}$$

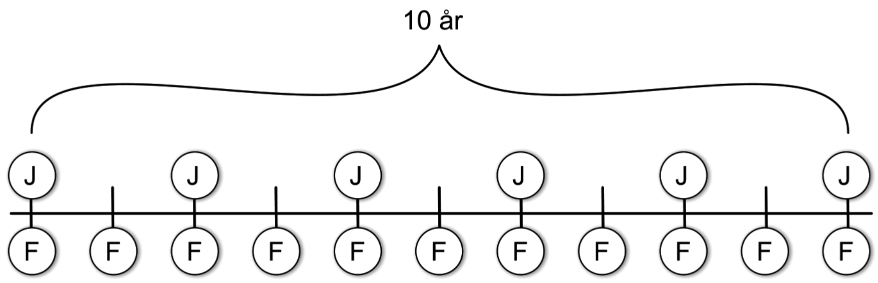
Ställ upp och beräkna en ny ändringskvot som ger ett *bättre* närmevärde till $f'(2)$. (0/2/0)

24. För de två variablerna x och y gäller villkoren: $\begin{cases} 2y - x \le 900 \\ y + 2x \ge 1000 \\ x \le 350 \end{cases}$

Bestäm det största och det minsta värde som funktionen $V = 500x - 200y$ kan anta. (0/4/0)

25. Frida och John tänker göra regelbundna insättningar på var sitt sparkonto med årsräntan 2 %. Frida tänker sätta in F kronor i början av varje år och John tänker sätta in J kr i början av vartannat år. De tänker göra sin första insättning samtidigt och sin sista insättning samtidigt 10 år senare.

Så här ser planen för deras sparande ut:

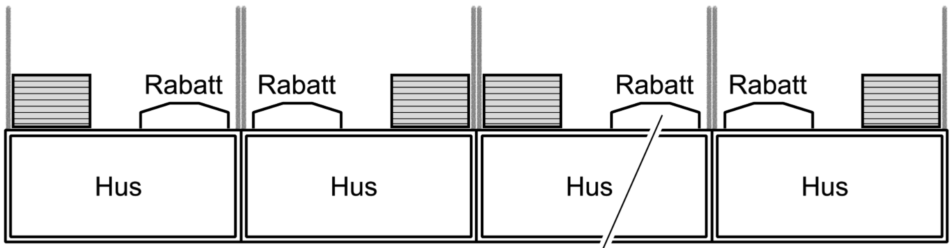


John vill ha lika mycket på sitt sparkonto som Frida har på sitt direkt efter att de gjort sina sista insättningar.

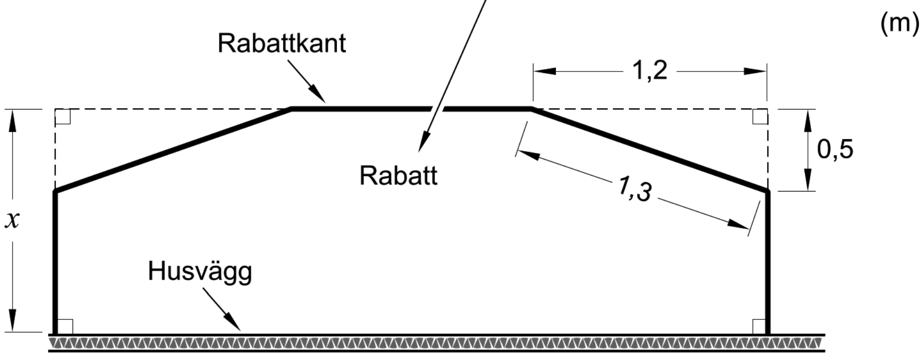
Visa att John i så fall måste sätta in cirka 83 % mer än Frida vid varje insättning, oavsett hur stort belopp Frida sätter in.

Bortse från eventuella skatteeffekter. (0/0/3)

26. En trädgårdsarkitekt har fått i uppdrag av en byggfirma att ge förslag på hur rabatterna i ett radhusområde ska utformas. Trädgårdsarkitekten tänker sig att rabatterna placeras enligt figur 1.



Figur 1. Radhusområde, sett från ovan.



Figur 2. Rabatt, sett från ovan.

Arkitekten tänker utforma varje rabatt så att en sida utgörs av en husvägg. Längs de andra fem sidorna ska en tunn rabattkant i plåt sättas. De snedställda rabattkanterna ska ha längden 1,3 m och vinklas enligt figur 2 ovan. Varje rabatt ska ha arean 3 m^2.

Byggfirman önskar minimera kostnaden och vill därför att rabattkantens totala längd ska vara så kort som möjligt. Bestäm vilken bredd x som trädgårdsarkitekten ska föreslå för att uppfylla byggfirmans önskemål. (0/0/4)

Till eleven – information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater, din lärare och ditt läromedel när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *”Hur?”* och en förklaring svarar på frågan *”Varför?”*. Du beskriver något när du till exempel berättar hur du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar varför du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin
När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.
Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

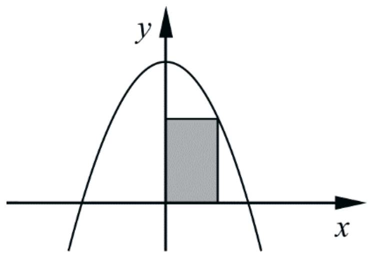
Uppgift 1

Namn:____________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En rektangel har ett hörn i origo, ett hörn på kurvan $y = 5,88 - x^2$ och de övriga hörnen på de positiva koordinataxlarna. Beräkna rektangelns maximala area.

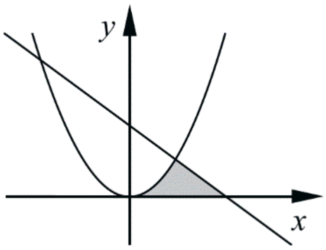


Uppgift 2

Namn:______________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Ett område begränsas av kurvan $y = x^2$, linjen $y = 6 - x$ och den positiva x-axeln. Beräkna områdets area.



Uppgift 3

Namn:____________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Funktionen f kan skrivas på formen $f(x) = Ca^x$

Punkterna $(0, 1000)$ och $(3, 512)$ ligger på funktionens graf.

Beräkna summan $f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(32)$

Uppgift 4

Namn:___________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I den punkt där kurvan $y = x^3 - 6{,}25x$ skär negativa x-axeln har kurvan en tangent. Bestäm tangentens ekvation.

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehållsförteckning

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3b. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 5).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3b

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovis¬ningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexi-tet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL
Termer	t.ex. polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm, geometrisk summa, olikhet
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, formeln för geometrisk summa
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (60 km/h) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (A: $y+0,5x \leq 1$) +1 E_B

3. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart svar ($f(0,25) \approx 2,7$) +1 E_B

Kommentar: Även svar med fler än en decimal ges poäng om svaret ligger i intervallet $2,7 \leq f(0,25) < 2,75$.

b) Korrekt svar ($f'(x) = 4e^{4x}$) +1 E_P

4. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (*C* och *E*) +1 E_B

b) Korrekt svar (*A* och *F*) +1 E_B

5. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $f(x) = x^3 + 2$ och $g(x) = x^3 + 4$) +1 C_B

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $h(x) = e^{3x}$) +1 C_B

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar $\left(F:\int_0^c f(x)\,\mathrm{d}x\right)$ +1 C_B

8. **Max 0/1/0**

Godtagbart ritad graf
(Endast markering av punkterna $(1,5)$, $(2,10)$, $(3,15)$ och $(4,20)$) +1 C_B

9. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar $\left(\dfrac{1}{x-5}\right)$ +1 C_P

b) Korrekt svar ($(x-1)^{12}$) +1 A_P

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (80) +1 A_B

Instruktioner för bedömning av delprov C

11. **Max 1/0/0**

Godtagbar lösning med korrekt svar (20) +1 E_P

12. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, t.ex. korrekt bestämning av derivatans nollställen,
$x_1=-2$ och $x_2=2$ +1 E_P

med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater
$(-2,\ 32)$ och $(2,\ -32)$ +1 E_P

Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär
(maximipunkt $(-2,\ 32)$ och minimipunkt $(2,\ -32)$) +1 E_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

13. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1) +1 C_P

14. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som styrker att Sabina har rätt, t.ex. resonemang baserat på argumentet att värdet hos konstanten A endast påverkar grafens läge i y-led +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $F(x)=\dfrac{x^{0,5}}{0,5}+C$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x)=2\sqrt{x}+4$) +1 C_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang, t.ex. undersöker om derivatan har något nollställe +1 C_R

med godtagbart slutfört välgrundat resonemang där det motiveras varför det inte är någon terrasspunkt +1 C_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

17. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\dfrac{\dfrac{1}{a(x+h)}-\dfrac{1}{ax}}{h}$ +1 C_B

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\dfrac{-1}{(x+h)ax}$ +1 A_P

med korrekt bestämning av derivatan, $f'(x)=\dfrac{-1}{ax^2}$ +1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

18. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en av tredjegradsfunktionerna t.ex. $y=\dfrac{x^3}{4}$ +1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. beräknar arean för något vitt eller grått delområde +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive hänvisning till symmetri vid behov, med korrekt svar (0,75) +1 A_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

Instruktioner för bedömning av delprov D

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2a-24=17$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=20,5$) +1 E_{PL}

Kommentar: Även en korrekt lösning där variabeln x används anses godtagbar.

20. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang där det framgår att Sofia har fel,

baserat på att största värde saknas

eller

baserat på att funktionen inte är definierad då $x = 6$ +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

21. **Max 2/2/0**

a) Korrekt svar ($5\,\text{cm}$) +1 E_M

Kommentar: Även ett svar utan enhet (5) godtas.

b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($400\,\text{cm}^2$) +1 C_M

c) Godtagbar ansats, t.ex. ritar in linjen $y = 1000$ i skissen +1 E_M

med godtagbar motivering där det framgår att den tredje lösningen inte ger någon låda, med korrekt svar (2) +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

22. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $20000 = 33\,700\,\text{e}^{-0{,}0348 \cdot t}$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (15 månader) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $488t = 33\,700\,\text{e}^{-0{,}0348 \cdot t}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar grafisk/numerisk lösning med godtagbart svar (27 månader) +1 C_M

23. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, tecknar en lämplig ändringskvot, t.ex.

$\dfrac{\sqrt{2{,}1^3+5}-\sqrt{1{,}9^3+5}}{2{,}1-1{,}9}$ (central) eller t.ex. $\dfrac{\sqrt{2{,}01^3+5}-\sqrt{2^3+5}}{2{,}01-2}$ (framåt) +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar i intervallet $1{,}648 \le f'(2) \le 1{,}680$ +1 C_P

24. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats, t.ex. identifierar vilket område som ska undersökas +1 C_{PL}

med godtagbar bestämning av de relevanta skärningspunkterna
(350, 625), (220, 560) och (350, 300) +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar
(t.ex. ”Minsta värdet är –2000 och största värdet är 115000.”) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

25. **Max 0/0/3**

Godtagbar generell ansats, t.ex. tecknar en relevant ekvation,
$F\left(\dfrac{1,02^{11}-1}{1,02-1}\right)=J\left(\dfrac{(1,02^2)^6-1}{1,02^2-1}\right)$ +1 A_R

med ett i övrigt godtagbart generellt resonemang, där det t.ex. visas att
$\dfrac{J}{F}\approx 1,83$ +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

26. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt funktion rabattkantens totala
längd i två variabler, $L(x)=2(x-0,5)+(y-2\cdot 1,2)+2\cdot 1,3$ +1 A_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer funktionen i en variabel, t.ex.
$L(x)=2x-0,8+\dfrac{3,6}{x}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimum, med god-
tagbart svar (1,3 m) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 E_P)

$f(x) = 2x^3 - 24x$

$f'(x) = 6x^2 - 24$

$f'(x) = 0$

$6x^2 - 24 = 0$

$x^2 = 4$

$x = 2$

	↘		↗
$f'(x)$	$- \, -$	0	$+ \, +$
x		2	

$x = 2$; $f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 = 16 - 48 = 32$

Funktionen har ett min i punkten (2,32)

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms endast ett av derivatans nollställen vilket förenklar uppgiftens komplexitet. Eftersom resterande del av uppgiften löses godtagbart anses elevlösningen som helhet motsvara kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges den första procedurpoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (3 E_P och 1 C_K)

$f(x) = 2x^3 - 24x$

$f'(x) = 6x^2 - 24 = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 2$

$x_1 = 2$ och $x_2 = -2$

$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 = 16 - 48 = -32$

$f(-2) = 2 \cdot -2^3 - 24 \cdot -2 = -16 + 48 = 32$

$(-2, 32)$ Maxpunkt

$(2, -32)$ Minpunkt

x	-4	-2	0	2	4
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	Max	↘	Min	↗

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att den är lite kortfattad, att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 6x^2 - 24 = 0$ ” används, att parenteser runt negativa tal saknas och att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 E_R)

Ja, Sabina har rätt då konstanten A bara påverkar var minimipunkten har sin y-koordinat

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett enkelt godtagbart resonemang där det framgår att värdet på konstanten *A* endast påverkar minimipunktens läge i *y*-led. Resonemanget hade varit tydligare om det framgått att *hela grafen* förskjuts i *y*-led. Elevlösningen ges nätt och jämnt resonemangspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 E_R)

Ja hon har rätt. Extrempunkternas x-koordinater fås när $f'(x)=0$
Eftersom A är en konstant deriveras inte den, så $f'(x)$ är alltid $8x-4x^3$ oavsett A:s värde

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett enkelt godtagbart resonemang. Frasen ”deriveras inte den” är felaktig men kompenseras av resonemanget på sista raden. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 C_P)

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-0,5}$ $F(9)=10$

$F(x) = \frac{x^{0,5}}{0,5} = 2\sqrt{x}$

$2\sqrt{9}+4=10$ Svar $F(x) = 2\sqrt{x}+4$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges den primitiva funktionen utan konstanten *C*, däremot införs *C* implicit senare i beräkningarna och ett korrekt svar anges. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för två procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 C_R)

$f(x) = x^3 + 0{,}03x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + 0{,}03$

$3x^2 + 0{,}03 = 0$

$x^2 + 0{,}01 = 0$

$x^2 = -0{,}01$

$x = \pm\sqrt{-0{,}01}$ Går inte?

$x = 0{,}1$??

x	0	0,1	0,2
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	TERRASS	$\nearrow$

Han har rätt!

Bedömningskommentar till exemplet: Undersökningsmetoden (söka derivatans nollställe) är godtagbar eftersom den kan leda till välgrundade slutsatser, men eftersom beräkningen av derivatans nollställe inte är korrekt dras en felaktig slutsats. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (1 C_B, 1 A_P, 1 A_B och 1 A_K)

Derivatans def. $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$f(x) = \dfrac{1}{ax}$

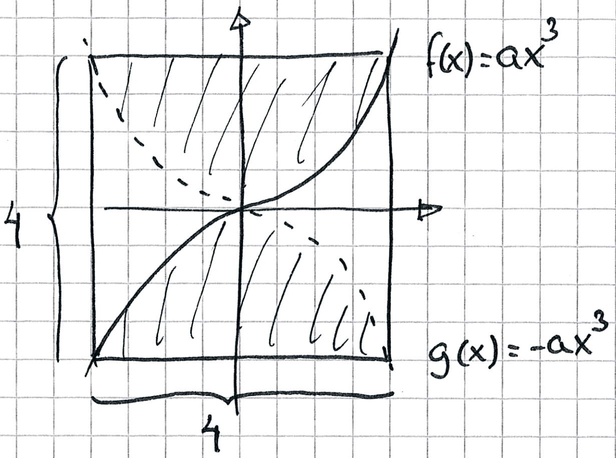
$f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{1}{a(x+h)} - \frac{1}{ax}}{h} = \dfrac{\frac{ax - a(x+h)}{ax\,a(x+h)}}{h} =$

$= \dfrac{\frac{-ah}{a^2x(x+h)}}{h} = \dfrac{-1}{ax(x+h)} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{-1}{ax^2 + axh} = -\dfrac{1}{ax^2}$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begreppspoäng på C-nivå samt en procedur- och en begreppspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas ”lim” ibland men vid inledningen på tredje raden och vid gränsvärdesbestämningen på fjärde raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (1 A_{PL})



$$\int_0^2 ax^3\,dx = \left[\frac{ax^4}{4}\right]_0^2 = \frac{a\cdot 2^4}{4} - 0 = 4a$$

4 vita områden $4\cdot 4a = 16a$

Total area av hela kvadraten: $4\cdot 4 = 16$

Grått område: $16 - 16a$

Andel grått: $\dfrac{16-16a}{16} = 1-a$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett generellt uttryck för andelen gråmarkerat område men eftersom den totala arean av kvadraten inte bestäms i generell form kan inte den efterfrågade andelen beräknas. Elevlösningen anses som helhet motsvara en godtagbar ansats och ges därmed den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (2 A_{PL})

$y = ax^3$

Punkterna $(-2, 2)$ ligger på funktionen $y_1 = -ax^3$
$(2, -2)$

$2 = a \cdot (-2)^3$

$2 = -8 \cdot a$

$a = -\frac{1}{4}$

$y_1 = -\frac{x^3}{4}$ $\quad y_2 = \frac{x^3}{4}$

Vitmarkerat område $4\left(\int_0^2 \frac{x^3}{4}\,dx\right) = 4 \cdot \left[\frac{x^4}{4 \cdot 4}\right]_0^2 =$

$4\left(\frac{2^4}{16} - 0\right) = 4 \cdot 1 = 4$

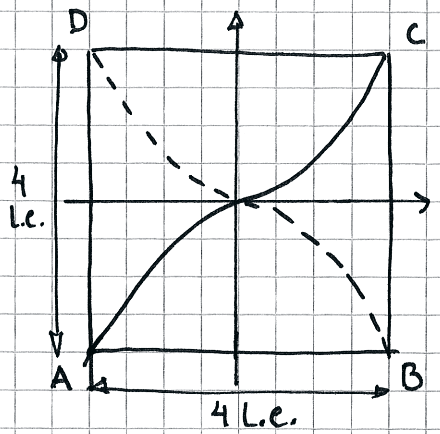
Gråmarkerat område: $4 \cdot 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

Andel $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Svar Den utgör $3/4$ av hela kvadraten

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av funktionen y_1. Hänvisning till symmetri saknas och därför saknas grund till varför $y_2 = -y_1$ och varför den totala arean på det vita området fås genom multiplikation med fyra. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (3 A_{PL})



Kurvan med heldragen linje: $y = ax^3$

Streckad linje: $y = bx^3$

$y = ax^3$: Tre punkter på kurvan $(0,0)$ $(-2,-2)$ $(2,2)$

$a(-2)^3 = -8a = -2$

$\Rightarrow a = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$

$y = bx^3$: Punkter på kurvan $(0,0)$, $(2,-2)$ $(-2,2)$

$b \cdot 2^3 = 8b = -2 \quad \Rightarrow \quad b = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$

De två tredjegradskurvorna är $y = -\frac{x^3}{4}$ och $y = \frac{x^3}{4}$

Den vita arean är lika stor under som över x-axeln.

Den vita arean kan beskrivas enligt följande:

$2 \cdot \left(\int_{-2}^{0} -\frac{x^3}{4} dx + \int_{0}^{2} \frac{x^3}{4} dx \right)$ a.e.

$\Rightarrow$ vitt $\quad 2 \cdot \left(\int_{-2}^{0} -\frac{x^3}{4} dx + \int_{0}^{2} \frac{x^3}{4} dx \right) = 2 \cdot \left(\left[-\frac{x^4}{16} \right]_{-2}^{0} + \left[\frac{x^4}{16} \right]_{0}^{2} \right) =$

$2\left(\left(0 - \left(-\frac{(-2)^4}{16} \right) \right) + \left(\frac{2^4}{16} - 0 \right) \right) = 2 \cdot \left(0 + 1 + 1 - 0 \right) = 4$ a.e

Kvadratens totala area: $4^2 = 16$ a.e.

$\Rightarrow$ Skuggade områdets area: $16 - 4 = 12$ a.e.

Andel skuggade områden: $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

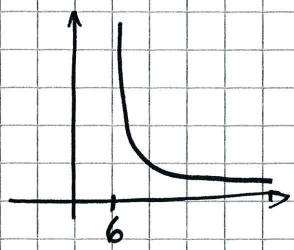
Svar: De gråmarkerade områdena utgör $\frac{3}{4}$ av kvadratens totala area.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekta bestämningar av respektive funktionsuttryck för de båda kurvorna. I lösningen kommenteras att ”Den vita arean är lika stor under som över *x*-axeln” som tillsammans med bestämningen av de två funktionsuttrycken nätt och jämnt anses vara en godtagbar hänvisning till symmetri. I övrigt är lösningen godtagbar med korrekt svar. Sammantaget ges tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (1 E_R)

Sofia har fel eftersom att x-värdet aldrig när 6, den snuddar ifrån 6:an



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang som beskriver att funktionen inte är definierad för $x = 6$ även om det inte anges explicit. Lösningen bedöms nätt och jämt uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 20.2 (1 E_R)

$f(6) = \frac{5}{0}$ Svaret är odefinierat. hon har fel.

Elevlösningsexempel 20.3 (1 E_R)

När $x=6$ är inte y bestämt eftersom att grafen är diskontnuerlig, vilket betyder att y är ej bestämt när $x=6$; så nej hon har inte rätt

Elevlösningsexempel 20.4 (1 E_R)

Nej, x kommer aldrig bli 6. Man kan inte dela något med noll

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösning 2–4 visar exempel på godtagbara enkla resonemang som uppfyller kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 21c

Elevlösningsexempel 21c.1 (1 E_M)

$V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$

$4x^3 - 120x^2 + 900x = 1000$

Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en uppställd ekvation som anses motsvara en godtagbar ansats. Motivering till varför antalet möjliga lådor saknas och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. Elevösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 C_{PL} och 1 C_K)

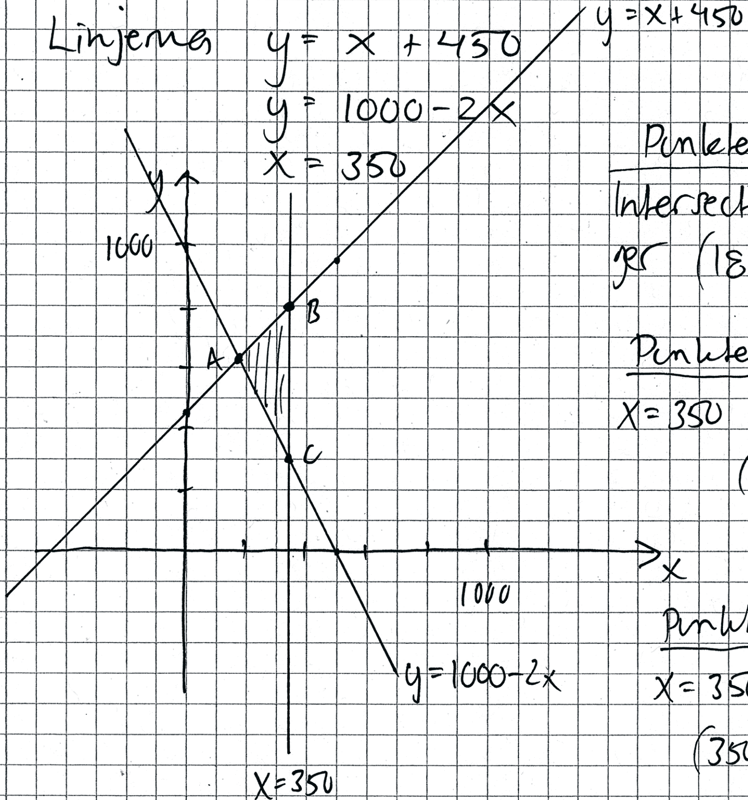
$$\begin{cases} 2y - x \le 900 \\ y + 2x \geq 1000 \\ x \le 350 \end{cases}$$

$V = 500x - 200y$

Linjerna $y = x + 450$

$y = 1000 - 2x$

$x = 350$



Punkten A

Intersect på räknaren ger (183,33.. , 633,33..)

Punkten B

$x = 350$ i $y = x + 450$

(350, 800)

Punkten C

$x = 350$ i $y = 1000 - 2x$

(350, 300)

Största och minsta värde

$V = 500x - 200y$

(183,33.. , 633,33) $V = 500 \cdot 183{,}3... + 200 \cdot 633{,}33 = -35001$

(350 , 800) $V = 500 \cdot 350 - 200 \cdot 800 = 15000$

(350 , 300) $V = 500 \cdot 350 - 200 \cdot 300 = 115000$

SVAR: Största värdet: 115000

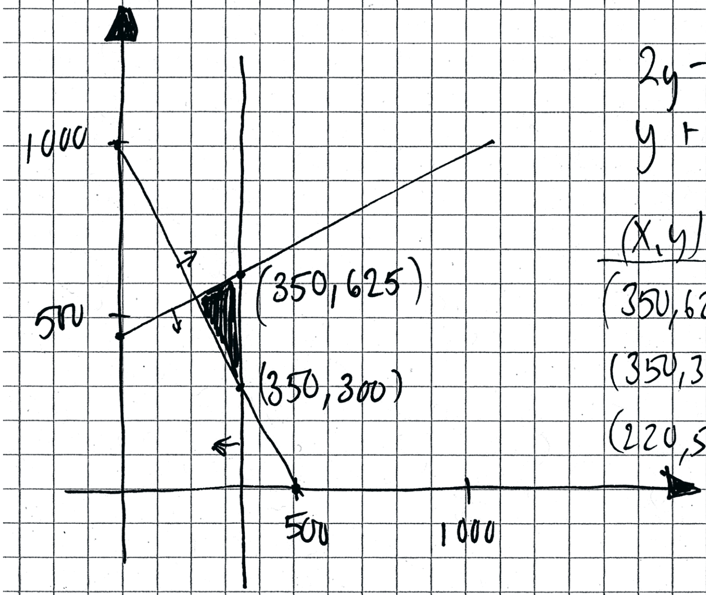
Minsta värdet: −35001

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt förutom i inledningen ($y = x + 450$). Detta fel får till följd att minsta värdet blir felaktigt. Felet anses inte förenkla komplexiteten i den fortsatta lösningen och därmed ges elevlösningen den andra och tredje problemlösningspoängen, men inte den första (följdfel, se sid. 4). När det gäller kommunikation anses uppgiften, trots felet i inledningen, vara löst i sin helhet. Lösningen anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (3 C_{PL} och 1 C_K)

$$\begin{cases} 2y - x \le 900 \\ y + 2x \ge 1000 \\ x \le 350 \end{cases}$$

$V = 500x - 200y$



$2y - x = 900$

$y + 2x = 1000$

intersect ger att linjerna skär i (220,560)

(x,y)	$V = 500x - 200y$
(350,625)	= 50000
(350,300)	= 115000 — störst!
(220,560)	= −2000 — Minst!

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. Därmed uppfylls kraven för tre problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad samt möjlig att följa och förstå, trots att redovisningen av två av skärningspunkterna saknas och att lösningen är allmänt kortfattad. Elevlösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoängen på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 A_R och 1 A_K)

John $J(1{,}02^2)^5 + J(1{,}02^2)^4 + \ldots + J(1{,}02^2)^1 + J$

Frida $F \cdot 1{,}02^{10} + F \cdot 1{,}02^9 + F \cdot 1{,}02^8 + \ldots + F \cdot 1{,}02 + F$

John $S_6 = x = \dfrac{J((1{,}02^2)^6 - 1)}{1{,}02^2 - 1}$

$x \approx J \cdot 6{,}6396$

Frida $S_{11} = x = \dfrac{F(1{,}02^{11} - 1)}{1{,}02 - 1}$

$x \approx F \cdot 12{,}1687$

Eftersom Johns och Fridas summa ska vara lika stora sätter vi $F \cdot 12{,}1687 = J \cdot 6{,}6396$

$J \approx \dfrac{F \cdot 12{,}1687}{6{,}6396}$

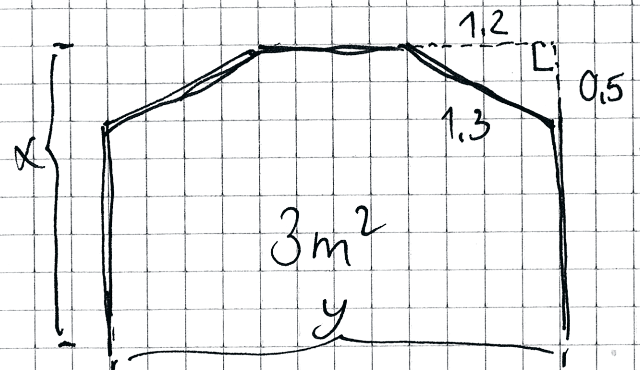
Det innebär att John måsk betala 83% mer än Frida

$J \approx 1{,}83F$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas generellt att John måste sätta in ca 83 % mer än Frida vid varje insättning. När det gäller kommunikation framgår det inledningsvis att Fridas och Johns insättningar motsvarar två geometriska summor men variabeln x definieras på två olika sätt och motivering till varför förändringsfaktorn i det ena fallet är $1{,}02^2$ saknas. Lösningen är i övrigt lätt att följa och förstå. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för två resonemangspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (3 A_M och 1 A_K)



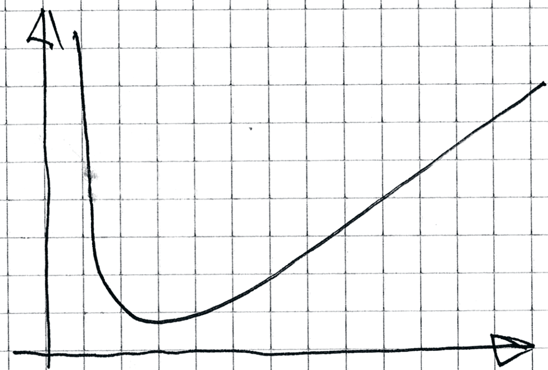
$A = xy - 1{,}2 \cdot 0{,}5 = 3$

$xy = 3{,}6$

$L = 2x + 2 \cdot 1{,}3 + y - 2 \cdot 1{,}2 - 1$

$L = 2x + y - 0{,}8$

$L = 2x + \frac{3{,}6}{x} - 0{,}8$



Grafräknaren söker min

$\underline{\underline{x \approx 1{,}3\,m}}$

Minimum

$x = 1{,}34163..$ $y = 4{,}56656...$

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation definieras inte *A* och *L* på ett tydligt sätt och redovisningen av hur funktionsuttrycket framtagits och hur det digitala verktyget använts är något kortfattad. Koordinaterna under grafen visar indirekt att ett minimum är funnet och verifierat. Lösningen är för övrigt välstrukturerad samt lätt att följa och förstå. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för tre modelleringspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.