Part B	Problems 1–11 which only require answers.
Part C	Problems 12–19 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of an oral part (part A) and three written parts (part B, part C and part D). Together they give a total of 64 points consisting of 24 E-, 22 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades
E: 18 points
D: 27 points of which 7 points on at least C-level
C: 34 points of which 13 points on at least C-level
B: 43 points of which 6 points on A-level
A: 50 points of which 10 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required* " you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

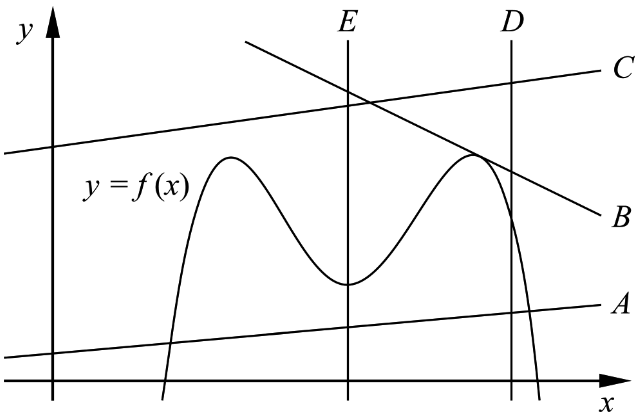
Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. Differentiate

a) $f(x) = x^4 + 5x^2 - 3$ $\qquad f'(x) =$ ______________________ (1/0/0)

b) $f(x) = 8e^{2x}$ $\qquad f'(x) =$ ______________________ (1/0/0)

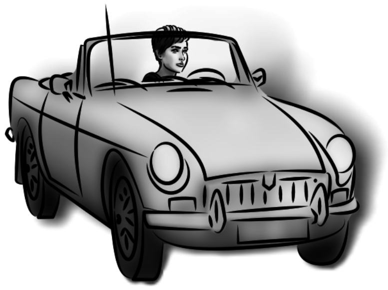
2. The figure shows the graph of a quartic function f and five straight lines A–E. The lines D and E are parallel to the y-axis.



a) One of the lines A–E is a tangent to the graph of the function. Which one? ______________________ (1/0/0)

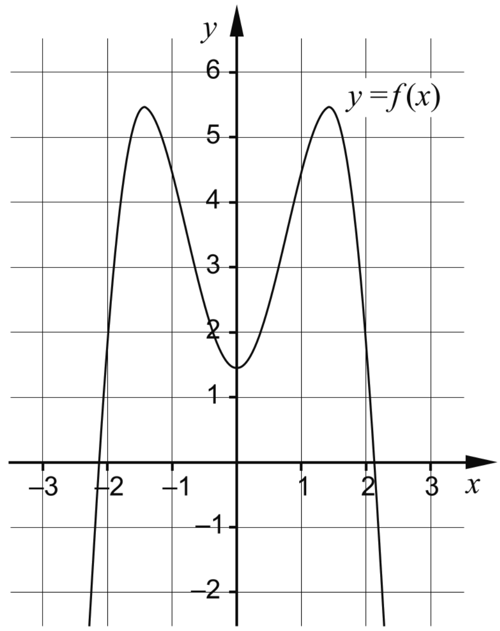
b) One of the lines A–E is a secant to the graph of the function. Which one? ______________________ (1/0/0)

3. A car starts and drives off. The distance the car drives during the first seconds can be described by the function $s(t) = 0.75t^2$ where $s(t)$ is the distance in metres and t is the time in seconds.



Determine the speed of the car at the time $t = 3$ seconds. ___________________ m/s (1/0/0)

4. The figure shows the graph of the quartic function *f*.



How many solutions does the equation $f(x) = 1$ have? ______________________ (1/0/0)

5. Elvira wants to determine the derivative of the function f where $x = 4$. She uses the definition of derivative and correctly writes down the following limit

$$f'(4) = \lim_{h \to 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{h}$$

a) Determine $f'(4)$. ________________________ (0/1/0)

b) What is the function f? ________________________ (0/1/0)

6. Give an example of an expression that is not defined for $x = 7$ and $x = -5$ ________________________ (0/1/0)

7. Simplify as far as possible.

a) $\dfrac{3x+18}{x+6}$ ________________________ (1/0/0)

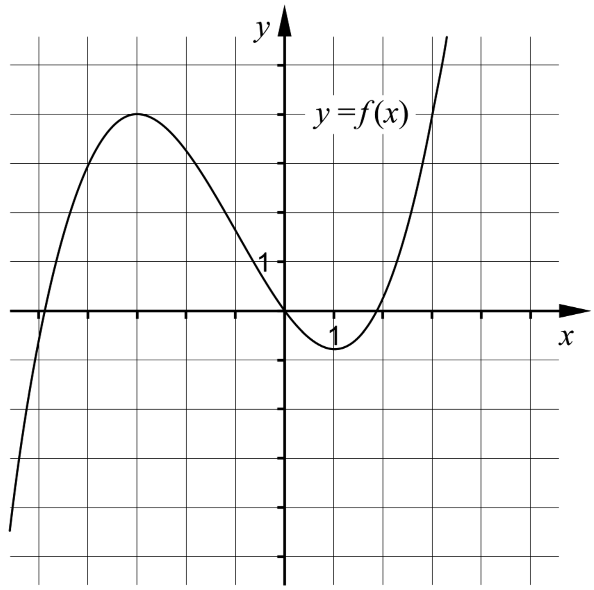
b) $a \cdot \left(1 + \dfrac{2}{a} + \dfrac{1}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ where $a > 0$ ________________________ (0/0/1)

8. The graph of the function g has the tangent $y = 2x - 1$ at the point where $x = 3$

a) Determine the coordinates of the point of tangency. ________________________ (0/1/0)

b) Determine $g'(3)$. ________________________ (0/1/0)

9. The figure shows the graph of the cubic function *f*.



For what value or values of x is $f''(x) \leq 0$? ____________________ (0/0/1)

10. The function *f* satisfies the following two conditions

- $f(6) = 3$
- $-2 \leq f'(x) \leq 1$ for x in the interval $0 \leq x \leq 10$

Determine the greatest possible value of $f(x)$
in the interval $0 \leq x \leq 10$ ____________________ (0/0/1)

11. Determine the solutions of the equation

$$\frac{(x-5)^4 - (x-5)^3}{x-10} = 0$$

____________________ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Write your solutions on separate sheets of paper.

12. Calculate $\int_{1}^{2} 4x^3 \, dx$ (2/0/0)

13. Determine $f''(3)$ where $f(x) = 0.5x^4$ (2/0/0)

14. Investigate whether $2+4+8+12$ is a geometric sum. Justify your answer. (1/0/0)

15. Olle and Olga are selling bilberries and are considering raising the price per kilo in order to increase daily revenue. They have found that daily revenue as a function of the rise in price per kilo is given by

$f(x) = 3000 + 75x - x^3, \;\; x \geq 0$

where $f(x)$ is the daily revenue in SEK and x is the price rise in SEK/kg.

Determine which price rise x will give the greatest daily revenue. (3/1/0)

16. Determine which of the numbers $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$ and $e^{\frac{\pi}{3}}$ is the smallest.

Justify your answer. (0/2/0)

17. The function f is given by $f(x) = e^{\frac{x}{4}} + x$. The function F is a primitive function of f.

Determine F such that $F(4) = 4e + 6$ (0/2/0)

18. The function f is given by $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + ax + b$ where a and b are constants. Investigate for what values of the constants a and b the graph of the function has two extreme points. (0/1/2)

19. The constant a satisfies $a > 0$. Determine for what value of a the value of $\int_0^a (x^2 - ax + 1)\,dx$ is maximized. (0/0/3)

Part D	Problems 20–28 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of an oral part (part A) and three written parts (part B, part C and part D). Together they give a total of 64 points consisting of 24 E-, 22 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades
E: 18 points
D: 27 points of which 7 points on at least C-level
C: 34 points of which 13 points on at least C-level
B: 43 points of which 6 points on A-level
A: 50 points of which 10 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required* " you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

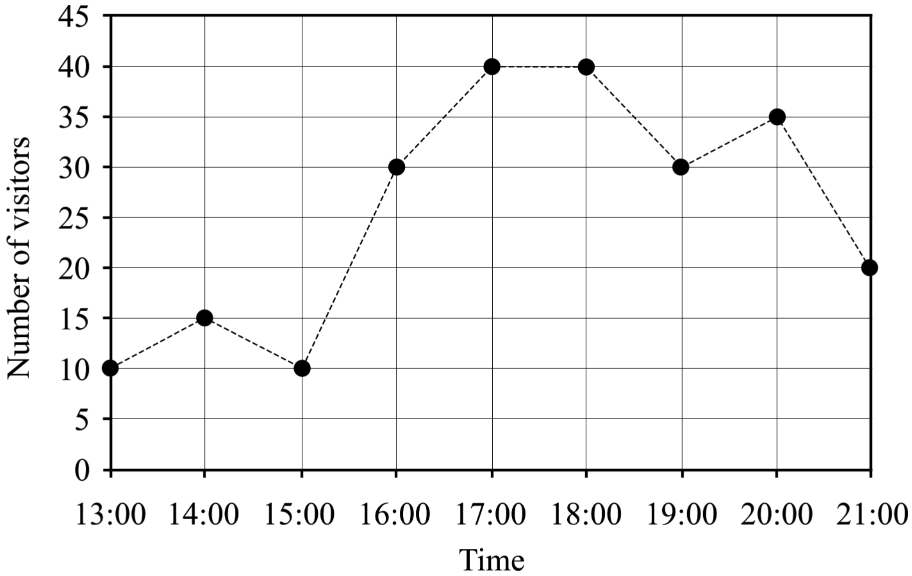
Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

20. Elisabeth posts on her blog at 13:00. The blog has a visitor counter that keeps track of the number of visitors to the blog at each time. Elisabeth checks the counter every hour, on the hour, and draws a diagram.



a) In which of the time intervals A–E is the average rate of change in the number of visitors the greatest?

A. 13:00 – 18:00

B. 13:00 – 21:00

C. 15:00 – 16:00

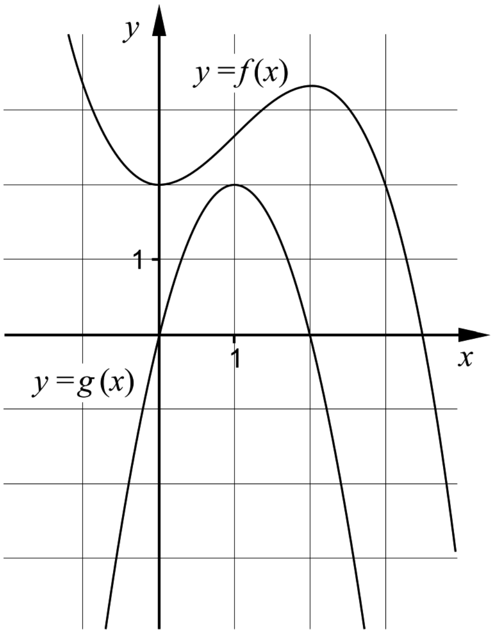
D. 15:00 – 17:00

E. 17:00 – 18:00 *Only answer is required* (1/0/0)

b) Calculate the average rate of change in the number of visitors in the time interval 15:00 – 19:00 (1/0/0)

21. A geometric sum is given by $2+2\cdot 1.3+2\cdot 1.3^2+2\cdot 1.3^3+\ldots$
Determine the least number of terms needed for the sum to be greater than 4 000 000 (2/0/0)

22. The figure shows the main characteristics of the graphs of the functions *f* and *g*.
One of the functions is the derivative of the other function.



Explain which of the functions, *f* or *g*, is the derivative of the other. (1/0/0)

23. The function *f* given by $f(x) = (2x+1)^{13}$ can't be differentiated in a straightforward way using only the differentiation rules covered in this course.
Use your digital tool to calculate the value of $f'(0)$.

Only answer is required (1/0/0)

24. The function *f* is given by $f(x) = 5 \cdot e^{-0.4x} + 100x$

Solve the equation $f'(x) = 12$ (0/2/0)

25. From a house being renovated, Kim gets 46 metres of pinewood planks and 30 metres of oak planks. Kim decides to make two types of birdhouse using these planks

- a large birdhouse using 2 metres of pinewood planks and 1.5 metres of oak planks,
- a small birdhouse using 1 metre of pinewood planks and 0.5 metres of oak planks.

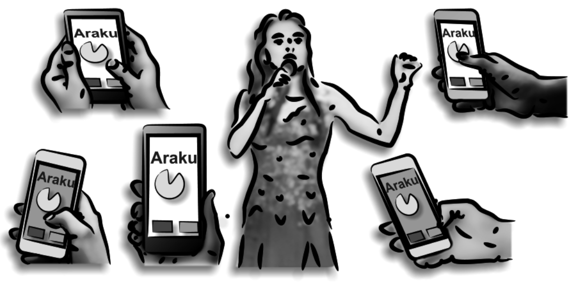
Kim assumes that he will sell all the birdhouses he has made, and that his profit will be 35 SEK for a large birdhouse and 15 SEK for a small birdhouse.

Determine the number of large birdhouses and the number of small birdhouses Kim should make to maximize his profit. (0/4/0)

26. In a certain music contest, votes are cast using a mobile phone app. The number of incoming votes per minute can be described by the function

$r(x) = 12600x - 140x^2$

where x is the time in minutes after the voting has started. In total, 12.6 million votes were cast during the competition.



Calculate how many minutes the voting process was active for. (0/3/0)

27. A company manufactures woven ribbons of various lengths. Very short ribbons may be more expensive to manufacture since the machine has to be reset for each new ribbon.

The price $P(x)$ given in SEK for a ribbon of length x metres can be described using the following model

$$P(x) = \frac{20x^2 + 150}{x}$$

a) Kalle orders a 5 metre long ribbon and wonders what the price per metre is. Calculate the price in SEK per metre. (0/1/0)

b) Customers ordering very long ribbons can be offered a fixed price per metre. Use the model and show how the fixed price per metre for very long ribbons can be determined. (0/0/2)

28. In a factory, hot dogs are made. The hot dogs are packed in tin cans shaped like a right circular cylinder. The price of the material used for the bottom and lid of the cans is 0.20 SEK/dm^2 and the price of the material used for the lateral surface of the can is 0.10 SEK/dm^2.

The factory wants to use a can with minimal material costs. The volume of the can must be 2.0 dm^3.

Determine how much the material for such a can costs. (0/0/4)

To the student – information about the oral part

You will be given a problem that you will solve in writing, and then you will present your solution orally. If you need, you can ask your classmates or your teacher and use your textbook for help when solving the problem. Your oral presentation starts with you presenting the problem and then you describe and explain your solution. You must present all steps in your solution. However, if you have done the same calculation several times (for example in a table) it might be sufficient if you present only a few of the calculations. Your presentation should take a maximum of 5 minutes, and be held to a smaller group of your classmates and one or more teachers.

The problem given to you should, on the whole, be solved algebraically. You might need a calculator to do some of the calculations but, when presenting your solution, you should avoid referring to the use of your calculator for drawing graphs and/or symbolic handling (if that is the type of calculator you are using).

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use mathematical terminology.

How complete, relevant and structured your presentation is
Your presentation must contain the necessary parts in order for a listener to follow and understand your thoughts. What you say should be in a suitable order and be relevant. The listener must understand how calculations, descriptions, explanations and conclusions are connected with each other.

How well you describe and explain the train of thought behind your solution
Your presentation should contain both descriptions and explanations. To put it simple, a description answers the question *"How?"* and an explanation answers the question *"Why?"*. You describe something when you for instance tell how you have done a calculation. You explain something when you for instance justify why you could use a certain formula.

How well you use mathematical terminology
In your presentation you should use a language that contains mathematical terms, expressions and symbols suitable for the problem you have solved.

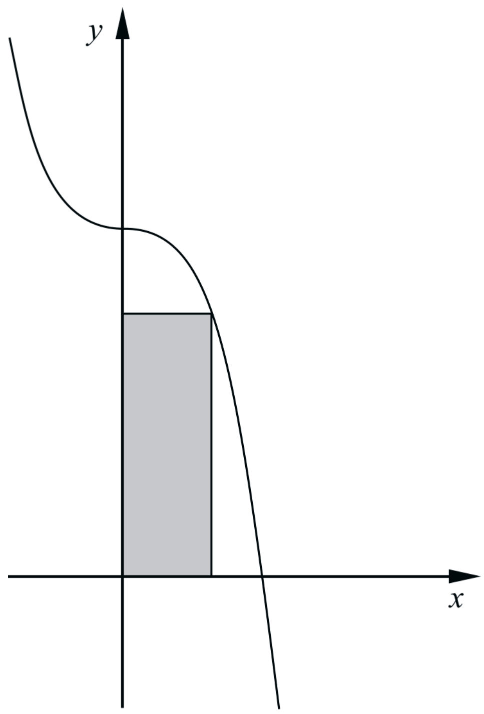
Mathematical terms are for example words like "exponent", "function" and "graph".
An example of a mathematical expression is that x^2 is read "x to the power 2" or "x squared". Some examples of mathematical symbols are π and $f(x)$, which are read "pi" and "f of x".

Problem 1

Name: ___________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

A rectangle has one vertex at the origin, one vertex on the curve $y = -0.25x^3 + 8$ and the other vertices on the positive coordinate axes. See figure.



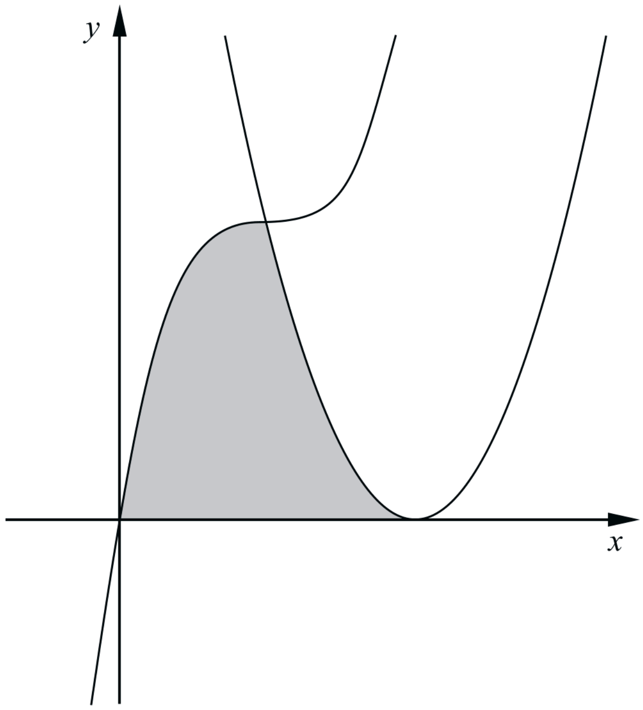
Calculate the maximal possible area of such a rectangle.

Problem 2

Name: ______________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration
- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

The figure shows the curves $y = x^3 - 6x^2 + 12x$ and $y = 2x^2 - 16x + 32$



a) Show that the curves intersect where $x = 2$

The figure shows a region bounded by the x-axis and the two curves.

b) Calculate the area of the region.

Problem 3

Name: ___________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

The two variables x and y satisfy the following properties:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 16 \\ x + y \leq 10 \\ x \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Determine the largest and the smallest value the expression $V = 2x + 3y$ can assume.

Problem 4

Name: ___________________________

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

Use derivatives to sketch the curve $y = x^3 - 6x^2 + 12x$

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3b. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3b

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL
Termer	t.ex. polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, rät linje, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm, geometrisk summa, olikhet
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, formeln för geometrisk summa
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 4x^3 + 10x$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($f'(x) = 16e^{2x}$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (B)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (A)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (4,5 m/s)	+1 E_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (2)	+1 E_B
5.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar (8)	+1 C_P
b)	Korrekt svar ($f(x) = x^2$)	+1 C_B
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (t.ex. $\frac{1}{(x+5)(x-7)}$)	+1 C_B

7.		**Max 1/0/1**
a)	Korrekt svar (3)	+1 E_P
b)	Korrekt svar $(a+1)$	+1 A_P

8.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar ((3, 5))	+1 C_B
b)	Korrekt svar (2)	+1 C_B

9.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($x \leq -1$)	+1 A_B

10.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (15)	+1 A_B

11.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar ($x_1 = 5$ och $x_2 = 6$)	+1 A_P

Instruktioner för bedömning av delprov C

12.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (15)	+1 E_P

13.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, bestämmer andraderivatan korrekt	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (54)	+1 E_P

14. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. beräknar kvoten mellan några termer, med slutsatsen att eftersom kvoten blir olika så är det inte en geometrisk summa +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

15. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatan korrekt, $f'(x) = 75 - 3x^2$ +1 E_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer derivatans nollställen korrekt, $x = \pm 5$ +1 E_M

med godtagbar verifiering av maximum med godtagbart svar (5 kr/kg) +1 E_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att $\frac{\pi}{3} \approx 1$ *och* att $\ln 1$ och e^1 ska jämföras +1 C_R

med i övrigt godtagbart välgrundat resonemang där det framgår att $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$ är minst baserat på t.ex. att $\ln\frac{\pi}{3} \approx 0$ och att $e^{\frac{\pi}{3}} \approx e$ +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

17. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt den primitiva funktionen $F(x) = 4e^{\frac{x}{4}} + \frac{x^2}{2} + C$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x) = 4e^{\frac{x}{4}} + \frac{x^2}{2} - 2$) +1 C_P

18. **Max 0/1/2**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatan korrekt, $f'(x) = x^2 + x + a$ +1 C_P

med välgrundat och nyanserat resonemang med slutsatsen att $a < \frac{1}{4}$ +1 A_R

Välgrundat och nyanserat resonemang med slutsatsen att b kan anta vilket värde som helst +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

19. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar integralens värde som $\frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{2} + a$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, som inkluderar verifiering av maximum, med korrekt svar ($\sqrt{2}$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

20. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (C: 15.00 – 16.00) +1 E_B

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (5 st/h) +1 E_B

Kommentar: Svar utan godtagbar enhet ges 0 poäng.

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2\left(\frac{1,3^n - 1}{1,3 - 1}\right) = 4\,000\,000$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (51) +1 E_{PL}

22. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som inkluderar en enkel motivering till varför g är derivata till f (t.ex. ”g är derivatan, deriverar man en tredjegradare så får man en andragradare.”) +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar (26) +1 E_P

Kommentar: En viss avvikelse från det korrekta värdet kan tolereras beroende på vald metod.

24. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen
$-2 \cdot e^{-0,4x} + 100 = 12$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x = -9,46$) +1 C_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats,

t.ex. tecknar de två olikheterna $\begin{cases} 2x + 1y \le 46 \\ 1,5x + 0,5y \le 30 \end{cases}$ korrekt +1 C_M

med godtagbar fortsättning,

bestämmer ett system av olikheter som motsvarar kraven algebraiskt eller grafiskt, t.ex.

$$\begin{cases} 2x + 1y \le 46 \\ 1,5x + 0,5y \le 30 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

och

ställer upp målfunktionen eller bestämmer skärningspunkterna +1 C_M

Godtagbar lösning, där punkterna (0, 0), (14, 18), (20, 0), (0, 46) undersöks, med korrekt svar (Kim skall tillverka 14 stora holkar och 18 små holkar) +1 C_M

Kommentar: Även lösningar där punkten (0, 0) inte undersöks i målfunktionen anses godtagbara.

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

26. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen

$$\int_0^t (12\,600x - 140x^2)\,dx = 12\,600\,000$$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (60 min) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

27. **Max 0/1/2**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (26 kr/m) +1 C_M

b) Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. tecknar och förenklar en relevant kvot, $\frac{P(x)}{x} = 20 + \frac{150}{x^2}$ +1 A_R

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att priset närmar sig 20 kr/m för mycket långa band +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

28. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, tecknar ett uttryck i en variabel för burkens pris +1 A_M

med godtagbar fortsättning, t ex bestämmer hur stor radien ska vara för att få lägsta pris på materialet till burken, $r = 0,542$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimipunkt, med godtagbart svar (1,11 kr) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$\frac{4}{2} = 2$ $\quad$ $\frac{12}{8} = 1,5$ $\quad$ svar: Nej.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar relevanta beräkningar och ett korrekt svar men motivering saknas. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 E_R)

$\frac{4}{2} = 2,\quad \frac{8}{4} = 2,\quad \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

Nej, kvoterna ska vara lika

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar relevanta beräkningar och ett korrekt svar med godtagbar motivering. Elevlösningen anses uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 E_M och 1 C_K)

$f(x) = 3000 + 75x - x^3$, $x \geq 0$

f_{max} finns där $f'(x) = 0$

$f'(x) = 75 - 3x^2$

$75 - 3x^2 = 0$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

$x = \pm\sqrt{25}$, $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

x skulle vara större än eller lika med 0 så x_2 kan det inte vara. Därav finns f_{max} i $x_1 = 5$.
Prishöjningen ska vara 5 kr/kg för att dags-inkomsten ska bli så stor som möjligt.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen motiveras varför $x_2 = -5$ måste väljas bort men verifiering av att $x_1 = 5$ motsvarar ett maximum saknas, vilket gör att kraven för tredje modelleringspoängen på E-nivå inte är uppfyllda. När det gäller kommunikation är uppgiften i det närmaste behandlad i sin helhet och redovisningen är lätt att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 15.2 (3 E_M och 1 C_K)

Sökes: Största möjliga dagsinkomst

Givet: $f(x) = 3000 + 75x - x^3$

$x \geq 0$

Lösning: $f'(x) = 75 - 3x^2$

$f'(x) = 0$ ger $75 - 3x^2 = 0$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

$x = \pm\sqrt{25}$, $x_1 = 5$

$(x_2 = -5)$

$f''(x) = -6x$

$f''(5) = -6 \cdot 5 = -30$ $f(5)$ max

svar: höjning 5 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive uteslutning av $x_2 = -5$ och verifiering av maximum. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Trots att enheten i svaret inte är helt korrekt anses svaret vara godtagbart då det är underförstått att höjningen handlar om kr/kg. Elevlösningen ges tre modelleringspoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (2 C_R)

$\ln\left(\frac{3,14}{3}\right)$ eller $e^{\frac{3,14}{3}}$

$\ln(1) = 0$ eller $e^1 \approx 2,7$ svar: $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är knapphändig men anses nätt och jämnt visa ett godtagbart välgrundat resonemang baserat på att $\ln\frac{\pi}{3} \approx 0$ och att $e^{\frac{\pi}{3}} \approx e$.

Sammantaget ges elevlösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (1 C_P och 1 A_R)

$$f'(x) = x^2 + x + a$$

$$x^2 + x + a = 0$$

$$x^2 + x = -a$$

$$(x + 0{,}5)^2 = 0{,}25 - a$$

$$x + 0{,}5 = \pm\sqrt{0{,}25 - a}$$

$a < 0{,}25$ annars blir det dubbelrot eller inget reelt tal

b är irrelevant

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang till varför $a < 0,25$ men en motivering till varför *b* är irrelevant saknas. Elevlösningen ges därmed en procedurpoäng på C-nivå samt den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (1 C_P och 1 A_R)

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + ax + b$$

$f'(x) = x^2 + x + a \Rightarrow$ b saknar betydelse den försvann i f'

$$x^2 + x + a = 0$$

$$x = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 - a}$$

b = vad som helst
$a < 0{,}25$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen anses nätt och jämnt visa ett välgrundat och nyanserat resonemang till varför *b* kan anta vilket värde som helst. Däremot saknas en motivering till varför $a < 0,25$. Elevlösningen ges därmed en procedurpoäng på C-nivå samt den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Uppgift 19

Elevlösningsexempel 19.1 (1 A_{PL} och 1 A_K)

$$\int_0^a (x^2 - ax + 1)\,dx =$$

$$\left[x^3/3 - ax^2/2 + x \right]_0^a =$$

$$\left(\frac{a^3}{3} - \frac{a \cdot a^2}{2} + a \right) - \left(\frac{0^3}{3} - \frac{a \cdot 0^2}{2} + 0 \right)$$

$$F(a) = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{2} + a$$

$$F'(a) = \frac{3a^2}{3} - \frac{3a^2}{2} + 1$$

$$a^2 - 1{,}5a^2 + 1 = 0$$

$$-0{,}5a^2 + 1 = 0$$

$$-0{,}5a^2 = -1$$

$$a^2 = \frac{-1}{-0{,}5}$$

$$a^2 = 2$$

$$(a_1 = -\sqrt{2}) \quad \underline{\underline{a_2 = \sqrt{2}}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet men verifiering av maxpunkten saknas. När det gäller kommunikation är användningen av symboler, index och enheter i huvudsak korrekt och lösningen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen en problemlösnings- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (0 poäng)

g funktionen är derivatan till f funktionen
för g har bara en böjning och den följer
f funktionens första kurva

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen identifierar korrekt derivata men motiveringen anses inte godtagbar då den inte kopplar till något tydligt förhållande mellan funktion och derivata. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 22.2 (1 ER)

$g(x) = f'(x)$
Vid $g(0)$ blir funktionen positiv. då
byter lutningen från negativ till positiv.
Detta visas i $f(x)$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen identifierar korrekt derivata och ger en vag men godtagbar koppling mellan funktionen och dess derivata vid $x = 0$. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 CP)

Geogebra:
$f(x) = 5 \cdot e^{-0,4x} + 100x$
Lös $f'(x) = 12$
svar: $-9,46$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används det digitala hjälpmedlet för att lösa $f'(x) = 12$ direkt utan att först ta fram själva derivatafunktionen. Elevlösningen anses uppfylla kraven för två procedurpoäng på C-nivå.

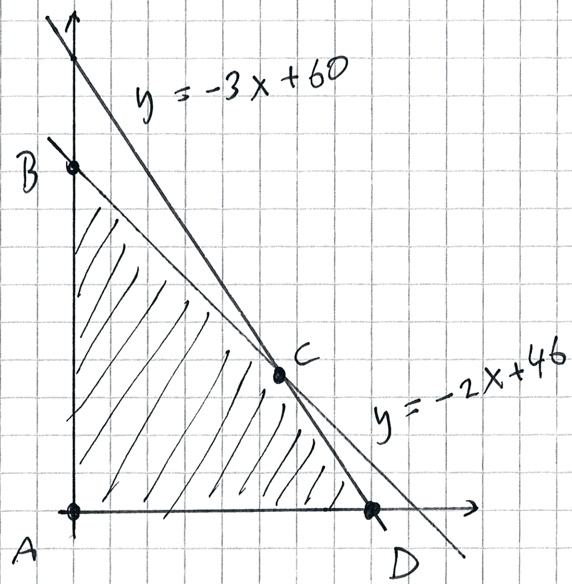
Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 C_M)

Antal stora holkar x 2m   1,5m

Antal små holkar y 1m   0,5m

$\left.\begin{matrix} 2m \\ 1m \end{matrix}\right\}$ 46m furu $\left.\begin{matrix} 1{,}5m \\ 0{,}5m \end{matrix}\right\}$ 30m ek



Geogebra

A (0, 0)

B (0, 46)

C (14, 18)

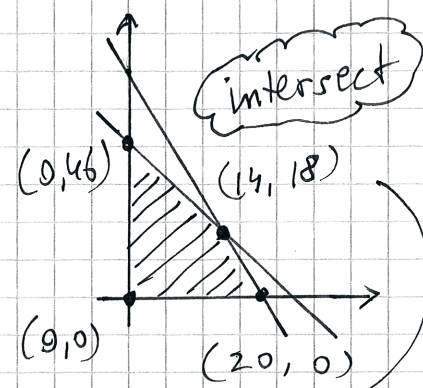
D (20, 0)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar grafisk ansats då systemet av olikheter framgår av bilden. Både hur linjerna och skärningspunkterna tagits fram är knapphändigt redovisat men trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för de första två modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 25.2 (3 C_M)

Låt stora holkar vara x
Låt små holkar vara y

$$\begin{cases} 2x + y = 46 \\ 1{,}5x + 0{,}5y = 30 \\ y = -2x + 46 \\ y = -3x + 60 \end{cases}$$



$-2x + 46 = -3x + 60$

$x = 14$

målfunktion $m = 35x + 15y$

$(0,0) = 35 \cdot 0 + 15 \cdot 0 = 0$

$(0,46) = 35 \cdot 0 + 15 \cdot 46 = 690$

$(20,0) = 35 \cdot 20 + 15 \cdot 0 = 700$

$(14,18) = 35 \cdot 14 + 15 \cdot 18 = 760$

Kim ska tillverka 14 stora och 18 små holkar
för att få max förtjänst

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms både skärningspunkter och målfunktion korrekt. Dessutom undersöks alla skärningspunkter vilket leder fram till rätt svar. Visserligen utgår elevlösningen från ett felaktigt algebraiskt system men detta vägs till viss del upp av en tydlig figur av området som ska undersökas. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för tre modelleringspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation är figuren tydlig och lösningen är möjlig att följa och förstå. Dock är området inte tydligt motiverat då ekvationer används istället för olikheter och villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas. Dessutom används likhetstecknet felaktigt då beräkningarna av den maximala förtjänsten genomförs. Sammantaget anses inte lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (1 CM)

$$r(x) = 12600x - 140x^2$$

$$\int_0^t (12600x - 140x^2)\,dx = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$\left[\frac{12600x^2}{2} - \frac{140x^3}{3}\right]_0^t = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$\frac{12600t^2}{2} - \frac{140t^3}{3} = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$6300t^2 - \frac{140t^3}{3} = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$t = 60 \text{ min}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats genom att teckna en korrekt ekvation. Lösningen av ekvationen anses inte godtagbar då det inte framgår hur den löses. Därmed anses inte kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 26.2 (1 C_M och 1 C_K)

$r(x) = 12600x - 140x^2$

$$\int_0^a (12600x - 140x^2)\,dx = \left[6300x^2 - \frac{140x^3}{3}\right]_0^a$$

på räknare:

$$\text{solve}\left(6300x^2 - \frac{140x^3}{3} = 12{,}6 \cdot 10^6\right)$$

$(x_1 = -39{,}35)$ $x_2 = 60$ $x_3 = 114{,}35$

svar: Enligt sambandet pågick röstningen antingen i 60 min eller 114 min.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats i och med att en korrekt ekvation tecknas. Lösningen av ekvationen är korrekt men svaret innehåller även en ogiltig tidpunkt (114 min). När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå samt behandlad i sin helhet, även om det slutliga svaret blev felaktigt. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 26.3 (2 C_M och 1 C_K)

$r(x) = 12600x - 140x^2$

r = röster/minut R = röster

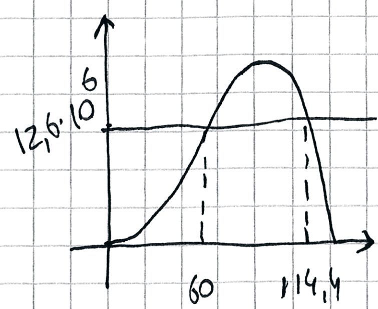
$R = 6300x^2 - 46{,}7x^3$ vid start så är det 0 röster så ingen konstant

$12{,}6 \cdot 10^6 = 6300x^2 - 46{,}7x^3$

solve ger: $x_1 = -39{,}4$ ej ok

$x_2 = 60$

$x_3 = 114{,}4$ ej ok



svar: <u>60 min</u>

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt och behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå även om motiveringen till varför den primitiva funktionen inte ska ha en konstantterm är något otydlig. Det är också något otydligt varför två av x-värdena har uteslutits men den skissade grafen anses motivera detta. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 27b

Elevlösningsexempel 27b.1 (2 AR)

modellen för priset per meter kan ställas upp så här:

$f(x) = \frac{20x^2+150}{x^2}$ där f(x) är priset per meter eftersom

$\frac{P(x)}{x} = \frac{20x^2+150}{x^2} = f(x)$

Vad händer när x blir jättestort?

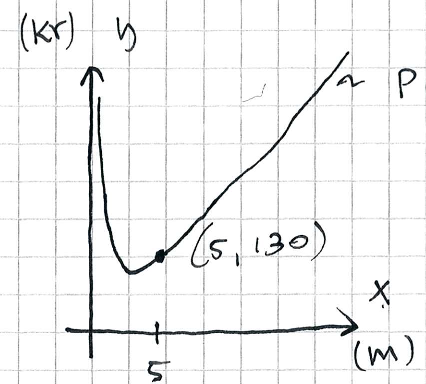
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{20x^2+150}{x^2}$

$\frac{20x^2/x^2 + 150/x^2}{x^2/x^2} = 20 + \frac{150}{x^2}$

$\lim_{x\to\infty} 20 + \underbrace{\frac{150}{x^2}}_{\to 0 \text{ då } x\to\infty} = 20 + 0 = 20$ kr/m VSV.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att priset per meter närmar sig 20 kr. Sammantaget ges elevlösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27b.2 (2 AR)



på miniräknare

$$P'(x) = \frac{10(2x^2 - 15)}{x^2} = \frac{20(x^2 - 7{,}5)}{x^2}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{20(x^2 - 7{,}5)}{x^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{20x^2 - 150}{x^2} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} 20 - \underbrace{\frac{150}{x^2}}_{\to 0 \text{ då } x \to \infty} = 20 - 0 = \underline{\underline{20}}$$

När jag analyserar grafen på miniräknaren ser jag att $P'(x)$ går mot 20.
Alltså: Priset per meter rör sig mot 20 kr/m ju längre bandet blir. Svar: 20 kr/m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar genom att använda derivata att den momentana prisökningen per meter vid långa band närmar sig 20 kr. Det är inte formellt det som efterfrågas men med hjälp av resonemanget anses detta leda till den godtagbara slutsatsen att priset per meter också närmar sig 20 kr. Sammantaget anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (2 AM och 1 AK)

0,20 kr/dm^2 $\quad$ $V = 2\ dm^3$

0,10 kr/dm^2 mantelyta

0,20 kr/dm^2

p = priset för materialet för burk

$V = \pi r^2 h$

$A_1 = 2\pi r h$ mantelarea

$A_2 = \pi r^2$ (botten / lock)

$p = A_1 \cdot 0{,}10 + 2A_2 \cdot 0{,}20 = 0{,}20\pi r h + 0{,}4\pi r^2$

$V = \pi r^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = 2$

$h = \dfrac{2}{\pi r^2}$

$p(r) = 0{,}20 \cdot \pi \cdot r \cdot \dfrac{2}{\pi r^2} + 0{,}4\pi r^2 = \dfrac{0{,}4}{r} + 0{,}4\pi r^2$

$p(r) = 0{,}4 r^{-1} + 0{,}4\pi r^2$

$p'(r) = -0{,}4 r^{-2} + 0{,}8\pi r = 0{,}8\pi r - \dfrac{4}{10 r^2}$

$0{,}8\pi r - \dfrac{4}{10r^2} = 0$

$r = \underline{\underline{0{,}54}}\ dm$

$p(r) = \dfrac{0{,}4}{0{,}54} + 0{,}4 \cdot \pi \cdot 0{,}54^2 = \underline{\underline{1{,}10}}\ kr$

svar: Totalt blir det ca 1,1 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i huvudsak, men verifiering av minimipunkt saknas. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. En tydlig figur finns och variablerna är definierade. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.2 (3 AM)

$V = \pi r^2 h$

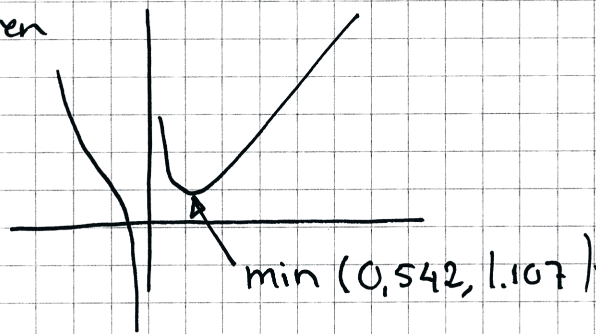
$\pi r^2 h = 2$

$K(r) = 0{,}4\pi r^2 + 2\pi r h \cdot 0{,}1$

$K(r) = 0{,}4\pi r^2 + 2\pi r \dfrac{2}{\pi r^2} \cdot 0{,}1$

$K(r) = 0{,}4\pi r^2 + \dfrac{0{,}4}{r}$

Grafritaren



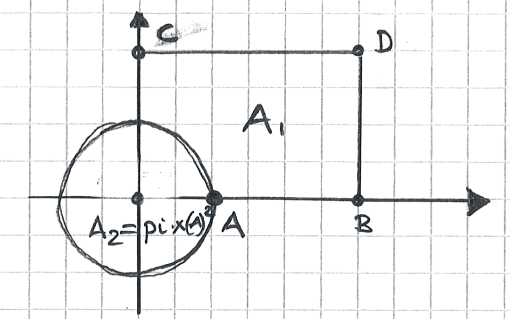
Svar 1,11 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och verifieringen av minimipunkten anses vara godtagbar då minimipunkten visas grafiskt med hjälp av digitalt hjälpmedel och tydlig figur. När det gäller kommunikation är lösningen knapphändig vilket gör den något svår att följa och förstå. Variablerna är inte definierade även om beteckningarna är lämpligt valda. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen tre modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.3 (3 AM)

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $V = 2$ ger $h = \dfrac{2}{\pi \cdot r^2}$

Ritar lock och mantelyta i Geogebra



A variabel punkt $(0, x)$

B $(2\pi \cdot x(A), 0)$

C $(0, 2/(pi \cdot x(A)^2))$

D $(x(B), y(C))$

Priset $P = 0{,}1 \cdot A_1 + 2 \cdot 0{,}2 \cdot A_2$

$= 0{,}1 \cdot A_1 + 0{,}4 \cdot pi \cdot x(A)^2$

↑ från Geogebra

Drar i punkt A från $x = 0$ till $x = 5$

Finner minimum vid $x \approx 0{,}54$. $P_{min} \approx 1{,}10716\ldots$

Svar: Materialkostnaden är 1,1 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Verifieringen av minimipunkten anses vara godtagbar då beskrivningen av hur minimipunkten tas fram och verifieras numeriskt med hjälp av det digitala hjälpmedlet är korrekt. När det gäller kommunikation är lösningen delvis något svår att följa och förstå. Variablerna är inte tydligt definierade men beteckningarna är lämpligt valda. T.ex. är beteckningar som $x(B)$ för x-koordinaten i B-punkten begripliga men okonventionella och kopplingen mellan r och x är inte explicit uttryckt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen tre modelleringspoäng på A-nivå.