Part B	Problems 1–11 which only require answers.
Part C	Problems 12–18 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, C and D).
Together they give a total of 59 points consisting of 21 E-, 22 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades
E: 15 points
D: 24 points of which 7 points on at least C-level
C: 31 points of which 13 points on at least C-level
B: 39 points of which 5 points on A-level
A: 46 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem.
You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem.
For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital tools are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. One of the alternatives A–D is an example of a primitive function of the function $f(x) = x^3 - 2x$. Which one?

A. $F(x) = 3x^2 - 2$

B. $F(x) = \dfrac{x^4}{4} - 4x$

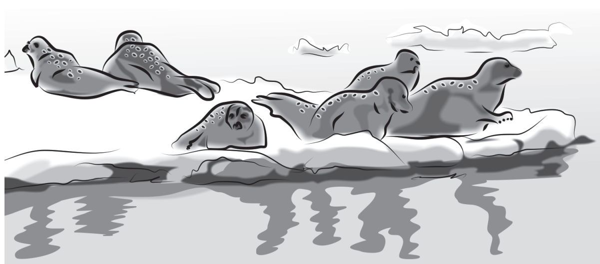
C. $F(x) = \dfrac{x^4}{4} - x^2$

D. $F(x) = x^4 - 2x^2$

______________________ (1/0/0)

2. On August 1 each summer, the number of grey seals in the Baltic Sea is inventoried (counted). The table shows the result.

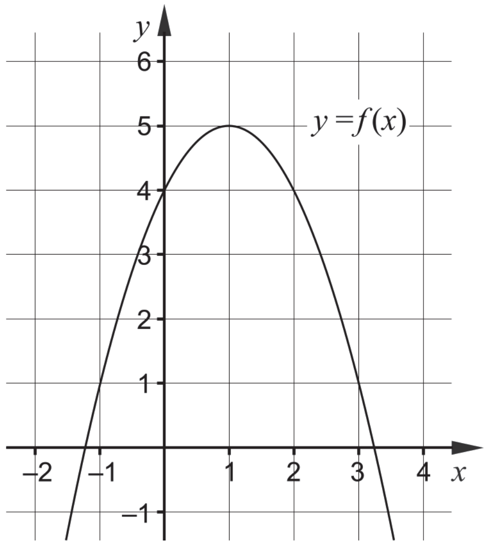
Year	Number of grey seals
2013	28 000
2014	32 000
2015	31 000
2016	30 000
2017	30 000
2018	34 000
2019	38 000



Use the table and determine the average rate of change of the number of grey seals from August 1, 2015 to August 1, 2018.

______________ seals/year (1/0/0)

3. The figure shows the graph of the function f.



Use the graph and state which one of the alternatives A–F is the best value for $f'(2)$.

A. 4

B. 2

C. 0.5

D. −0.5

E. −2

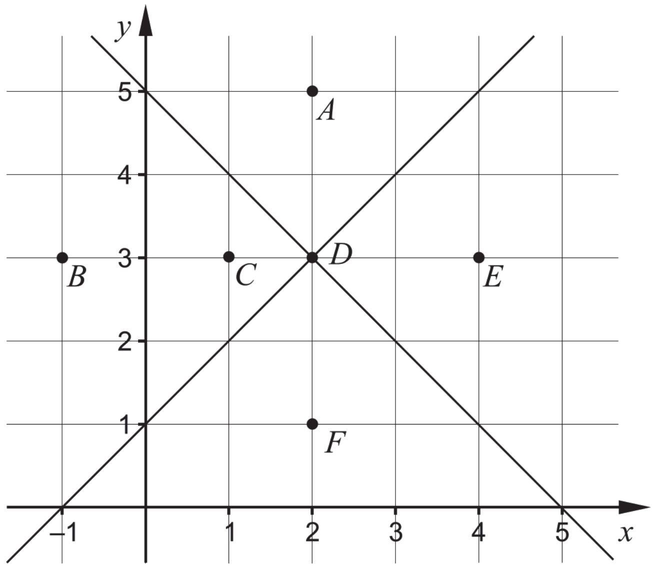
F. −4 ______________________ (1/0/0)

4. The 100 first numbers in a sequence form the geometric sum S, where $S = \dfrac{2(5^{100} - 1)}{4}$

a) Determine the first number in the sequence. ______________________ (1/0/0)

b) Determine the fourth number in the sequence. ______________________ (0/1/0)

5. The figure shows two straight lines and six points *A*–*F*.



One of the points *A*–*F* lies in the region bounded by $\begin{cases} x > 0 \\ y < 5 - x \\ y > x + 1 \end{cases}$

Which one? ______________________ (1/0/0)

6. Determine $f'(x)$ when

a) $f(x) = 4x^3 - 12x$ $f'(x) =$ ______________________ (1/0/0)

b) $f(x) = ax^2 - \dfrac{4}{x}$ $f'(x) =$ ______________________ (0/1/0)

c) $f(x) = \dfrac{1}{3^{-2x}}$ $f'(x) =$ ______________________ (0/0/1)

7. Solve the equation $3x^4 - 8x = 2x^4$ ______________________ (0/1/0)

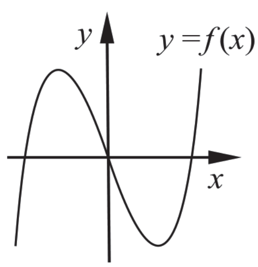
8. Simplify the expressions as far as possible.

a) $\dfrac{5x^3 - x^6}{x^3}$ ______________________ (1/0/0)

b) $\dfrac{2x^2 + 12x + 18}{2(x^2 - 9)}$ ______________________ (0/1/0)

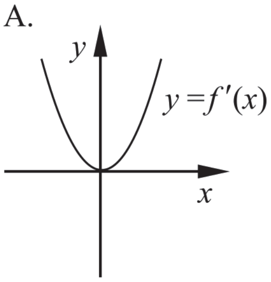
c) $\dfrac{2e^x \cdot e^{-ax} - e^x}{e^{-ax} - 0.5}$ ______________________ (0/0/1)

9. The figure shows the graph of the function f.

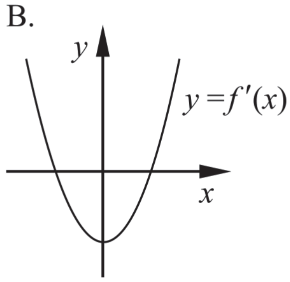


One of the alternatives A–F shows the graph of the derivative f' of the function. Which one?

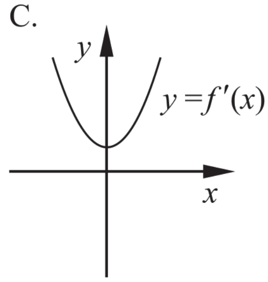
A.



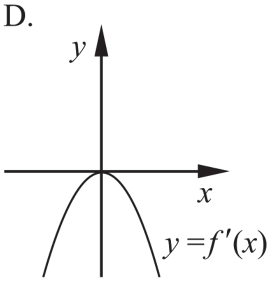
B.



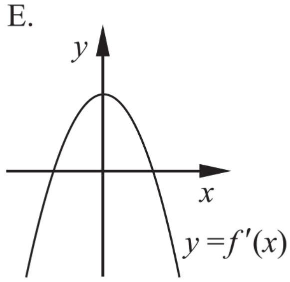
C.



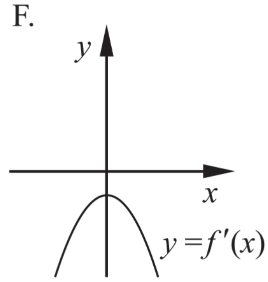
D.



E.

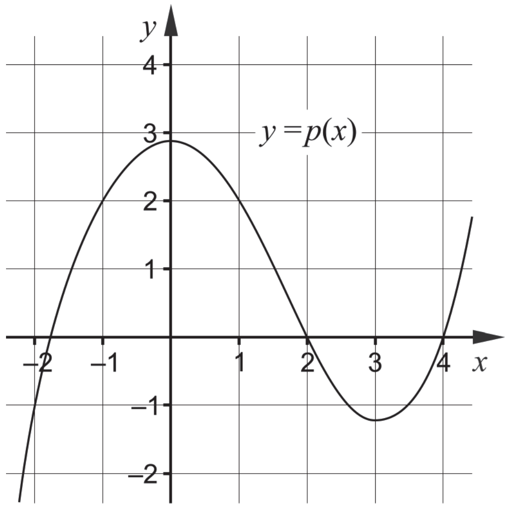


F.



______________________ (0/1/0)

10. The figure shows the main features of the graph of the function p.

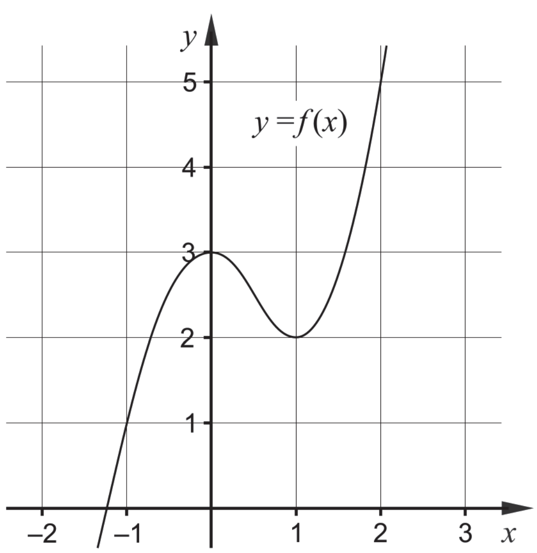


Determine for what values of x it holds that

a) $p'(x) < 0$ ____________________ (0/1/0)

b) the expression $\dfrac{p(x)}{p'(x)}$ is not defined. ____________________ (0/1/0)

11. The figure shows the graph of the function f.



Determine a value of a so that $\displaystyle\int_{-1}^{a} f'(x)\,dx = 3$ ____________________ (0/0/1)

Part C: Digital tools are not allowed. Write your solutions on separate sheets of paper.

12. Tilde differentiates the function $f(x) = e^{2x}$ and writes down the ratio

$$\frac{f'(x)}{f(x)}$$

She claims the following: “For all values of x, the ratio will always have the value 2”.

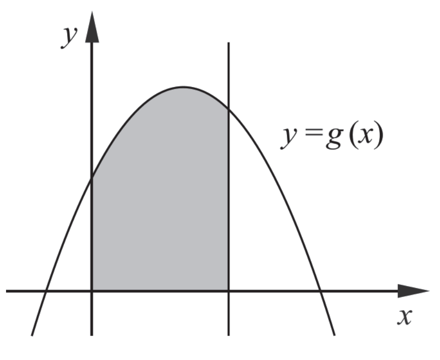
Is Tilde right? Justify your answer. (1/0/0)

13. Calculate $\int_1^2 3x^2 \, dx$. (2/0/0)

14. The function f is given by $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$
Use derivatives and determine the coordinates of any maxima, minima or saddle points for the graph of the function.

For each of the points also determine if it is a maximum, minimum or saddle point. (3/1/0)

15. The figure shows a shaded region bounded by the graph of the function g, the straight line $x = 3$ and the positive coordinate axes.
The function g is given by $g(x) = 5 + px - x^2$ where p is a constant.



Determine p so that the area of the shaded region is 24 area units. (0/2/0)

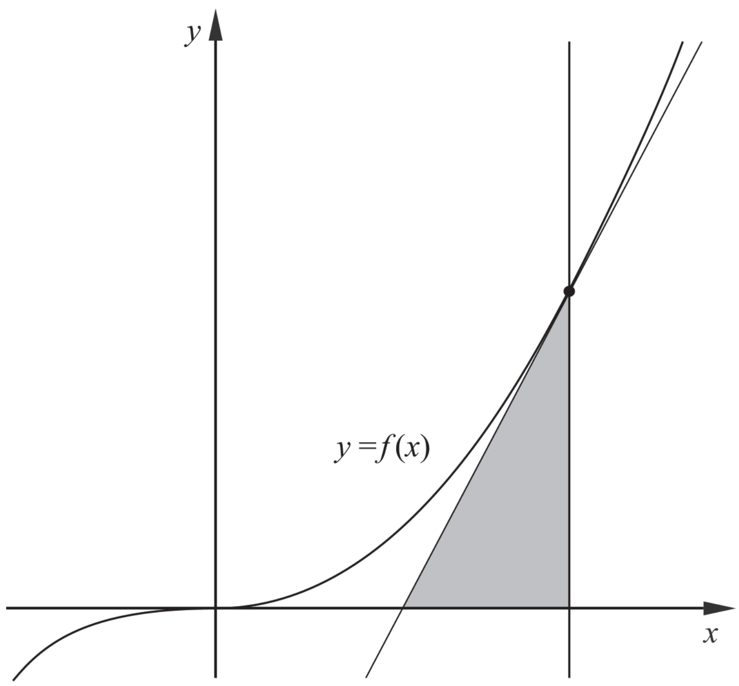
16. The function f is given by $f(x) = x^3 + 3x$
Jaana claims that the function f has two extremal points.

Is Jaana right? Justify your answer. (0/2/0)

17. The function f is given by $f(x) = \dfrac{5}{a^2 x}$ where $x \neq 0$ and $a \neq 0$

Determine $f'(x)$ using the definition of the derivative. (0/1/3)

18. The figure shows the graph of the cubic function f given by $f(x) = x^3$ and a tangent to the graph in the point where $x = a$. The tangent, the positive x-axis and the line $x = a$ bound a region shaped like a triangle.



Determine a so that the triangle has area 1.5 area units. (0/0/3)

Part D	Problems 19–28 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital tools, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, C and D).
Together they give a total of 59 points consisting of 21 E-, 22 C- and 16 A-points.

Level requirements for test grades
E: 15 points
D: 24 points of which 7 points on at least C-level
C: 31 points of which 13 points on at least C-level
B: 39 points of which 5 points on A-level
A: 46 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem.
You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem.
For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital tools.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part D: Digital tools are allowed. Several of the tasks require that you use digital tools to solve them. For the other tasks, it can be an advantage to use digital tools when solving the task. Write down your solutions on separate sheets of paper.

19. The function f given by $f(x) = (2x-1)^5$ cannot be differentiated using the differentiation rules treated in this course.

Use your digital tool to calculate a value for $f'(2)$.

Only answer is required (1/0/0)

20. A geometric sum is given by $B + B \cdot 1.4 + B \cdot 1.4^2 + ... + B \cdot 1.4^{21}$ where B is a constant.

Determine B so that the sum is 250 000 (2/0/0)

21. The graph of the function $f(x) = 3x^2 + 4x$ has a tangent in the point where $x = 2$. The equation of the tangent can be written as $y = kx - 12$

Determine k. (2/0/0)

22. The length of boys can be described using the simple model $f(x) = 78 \cdot e^{0.07x}$ where $f(x)$ is the length in centimetres and x is the age of boys in years.

a) Determine at what age boys are 125 cm tall according to the model. (2/0/0)

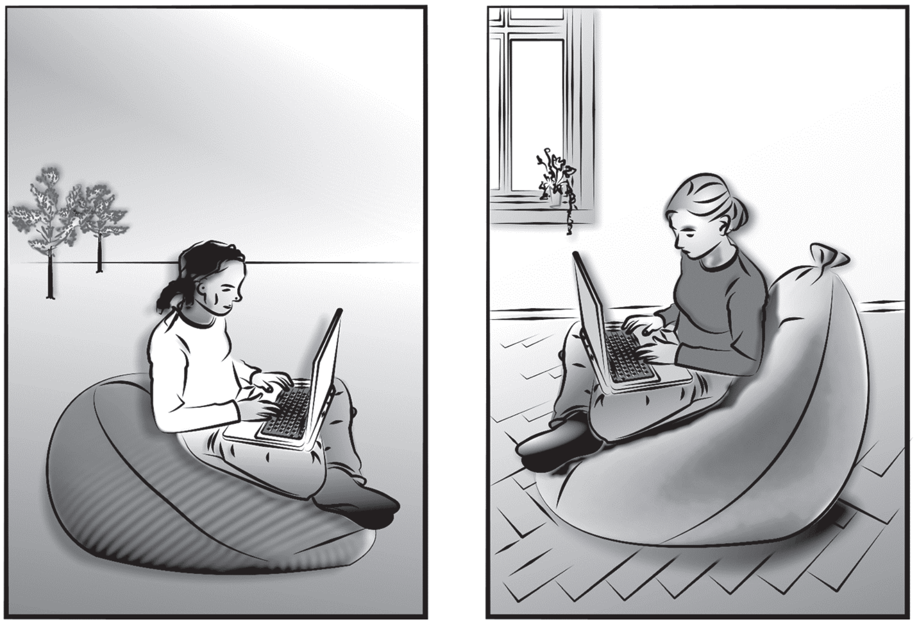
b) Use the model and determine how fast boys grow when they are exactly 6 years old. (0/1/0)

c) Investigate if the model is also valid for boys in upper secondary school. (1/0/0)

23. The functions f and g are given by $f(x) = \dfrac{12}{x} + 8x$ and $g(x) = \sqrt{x}$

Solve the equation $f'(x) = g'(x)$.
Give your answer to at least two decimal places. (0/2/0)

24. Julius and Sophia are planning to start a web store to sell beanbags. They plan to sell two different models of beanbag, model *A* and model *B*.

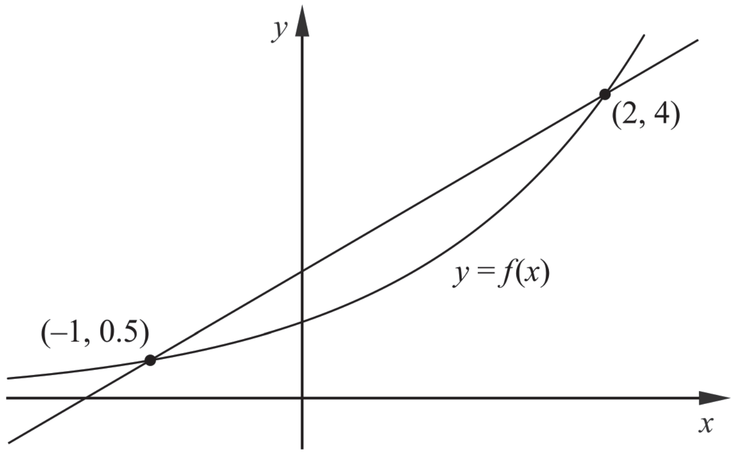


The purchase price of a model *A* beanbag is 600 SEK and for a model *B* beanbag it is 400 SEK. They can buy beanbags for, at most, 60 000 SEK. In their warehouse, they can store, at most, 125 beanbags.

Julius and Sophia expect to sell all the beanbags they purchase, and that the profit per unit will be 500 SEK for each model *A* beanbag they sell and 400 SEK for each model *B* beanbag they sell.

Determine how many beanbags of each model they should buy to maximize their profit. (0/4/0)

25. The function f is given by $f(x) = 2^x$. The figure shows the graph of the function f and a secant line between two points on the graph.



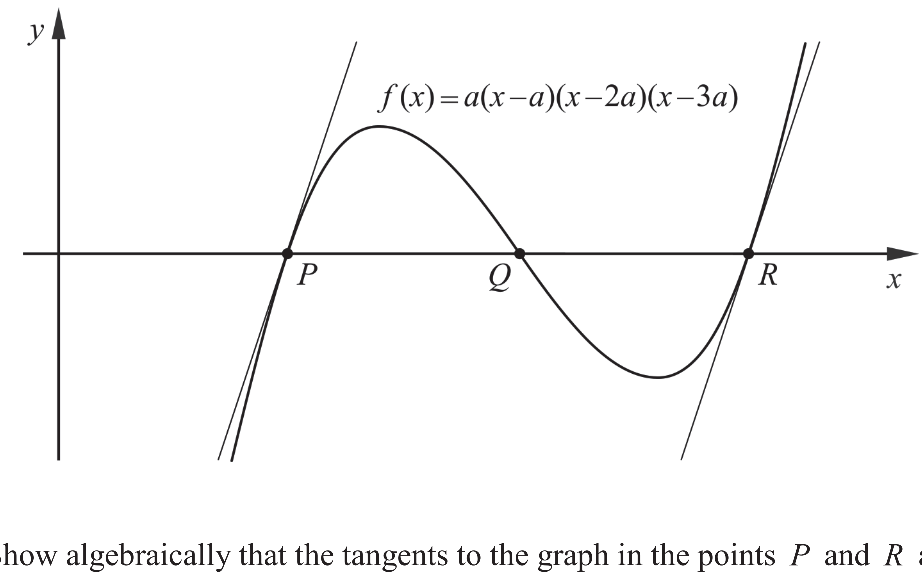
A tangent to the graph is drawn, that is parallel to secant line. Determine the x-coordinate of the point of tangency. Give your answer to at least two decimal places. (0/2/0)

26. The function f is given by

$f(x) = a(x-a)(x-2a)(x-3a) = ax^3 - 6a^2x^2 + 11a^3x - 6a^4$

where a is a constant, $a > 0$

The graph of f intersects the x-axis in the points P, Q and R. See figure.



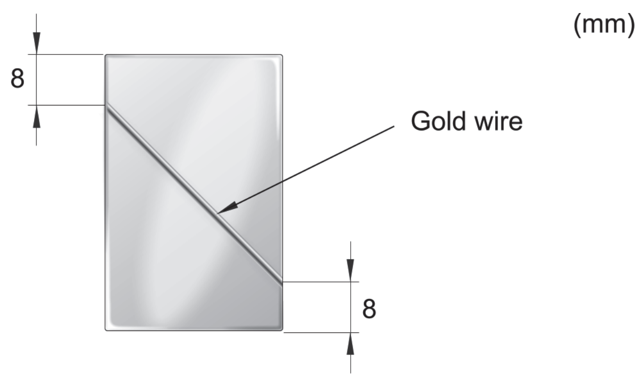
Show algebraically that the tangents to the graph in the points P and R are parallel, regardless of the value of the constant a. (0/0/2)

27. Wilma has an old moped.

The fuel usage of the moped can be described using the simplified model $f(x) = 0.3 + 0.5e^{-0.76x}$ where $f(x)$ is the fuel consumption in litres/Swedish mile and x is the distance travelled in Swedish miles. (One Swedish mile = 10 kilometres)

Wilma starts with 4.0 litres of petrol in the fuel tank. Determine how far Wilma can drive before running out of petrol according to the model. (0/0/2)

28. The artisan Suzanna is planning to make jewellery of silver and gold. Each piece of jewellery will consist of a rectangular silver plate and a gold wire. The gold wire will be soldered to the silver plate, 8 mm from the corners. See figure.



Gold wire is expensive, and therefore she wants to use as little gold as possible for the piece of jewellery. The piece of jewellery cannot weigh too much and Suzanna therefore decides that the silver plate should have area 550 mm^2.

Determine what length the gold wire will have if Suzanna uses as little gold wire as possible for the piece of jewellery. (0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning.

I årskurs 3 i grundskolan och motsvarande skolformer är syftet att stödja bedömningen av uppnådda kunskapskrav.

De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3b. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3b

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av …	+1 E_P
Godtagbar verifiering av …	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar E-nivå, t.ex. … 1 E_R	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar C-nivå, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar A-nivå, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, dvs. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett till stor del tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara relativt lätt att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad och endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

*Avsteg från denna princip kan i undantagsfall göras om det bedöms att den del av lösningen som är felaktig eller saknas inte tillför något väsentligt när det gäller möjligheten att bedöma den skriftliga kommunikationsförmågan.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL
Termer	t.ex. polynom, rationellt uttryck, rät linje, andragrads- /polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, kontinuerlig funktion, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm, geometrisk summa, olikhet
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, formeln för geometrisk summa
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Digitala prov ska avidentifieras

De prov som eleverna har genomfört digitalt ska *avidentifieras* före bedömningen. Läraren som bedömer ska alltså inte veta vems prov hon eller han bedömer. Mer information om detta finns på Skolverkets webbsida www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven kan resultaten noteras i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (C: $F(x)=\frac{x^4}{4}-x^2$)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (1000)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (E: -2)	+1 E_B
4.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (2)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (250)	+1 C_B
5.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (C)	+1 E_B
6.		**Max 1/1/1**
a)	Korrekt svar ($f'(x)=12x^2-12$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($f'(x)=2ax+4x^{-2}$)	+1 C_P
c)	Korrekt svar ($f'(x)=3^{2x}\cdot\ln 3^2$)	+1 A_P
	Kommentar: Även korrekta svar på annan form ges poäng.	

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($x_1 = 0$, $x_2 = 2$) +1 C_P

Kommentar: Även svaret $x_1 = 0$, $x_2 = 8^{\frac{1}{3}}$ ges poäng.

8. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ($5 - x^3$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($\frac{x+3}{x-3}$) +1 C_P

c) Korrekt svar ($2e^x$) +1 A_P

Kommentar: Även svaret $\frac{e^x}{0,5}$ ges poäng.

9. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (B) +1 C_B

10. **Max 0/2/0**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($0 < x < 3$) +1 C_B

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0 och 3) +1 C_B

11. **Max 0/0/1**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (1,8) +1 A_B

Kommentar: Svar i intervallet $1,7 \leq a \leq 1,9$ ges poäng.

Instruktioner för bedömning av delprov C

12. **Max 1/0/0**

Godtagbart resonemang som visar att uttrycket alltid har värdet 2 och att Tilde därmed har rätt +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

13. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en korrekt primitiv funktion	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (7)	+1 E_P

14. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = 0$ och $x_2 = 2$ *eller* bestämmer ett av derivatans nollställen och en extrempunkts koordinater	+1 E_P
med korrekt bestämning av båda extrempunkternas koordinater, $(0,\ 7)$ och $(2,\ 3)$	+1 E_P
Godtagbar verifiering av båda extrempunkternas karaktär (maximipunkt $(0,\ 7)$ och minimipunkt $(2,\ 3)$)	+1 E_P
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”	+1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $\int_0^3 g(x)\,dx = 24$	+1 C_{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($p = 4$)	+1 C_{PL}

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer $f'(x)$ och tecknar ekvationen $3x^2 + 3 = 0$	+1 C_R
med godtagbart resonemang där det framgår att funktionen f saknar extrempunkter och att Jaana därmed har fel	+1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

17. **Max 0/1/3**

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\dfrac{\dfrac{5}{a^2(x+h)}-\dfrac{5}{a^2x}}{h}$ +1 C_B

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\dfrac{-5}{a^2(x+h)x}$ +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f'(x)=\dfrac{-5}{a^2x^2}$) +1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

18. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer tangentens ekvation uttryckt i a,
$y=3a^2\cdot x-2a^3$
eller
utgår från att tangenten skär x-axeln i en godtycklig punkt b och tecknar sambandet $f'(a)=\dfrac{a^3-0}{a-b}$ +1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, bestämmer tangentens skärningspunkt med x-axeln uttryckt i a, $\dfrac{2a}{3}$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=\sqrt[4]{9}$) +1 A_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

19. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar (810) +1 E_P

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, tecknar ekvationen $\dfrac{B(1,4^{22}-1)}{1,4-1}=250\,000$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (61) +1 E_{PL}

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, visar insikt om att grafen och tangenten har en gemensam punkt med koordinaten (2, 20)
eller
visar insikt om att $f'(2)=k$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($k=16$) +1 E_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

22. **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, ställer upp ekvationen $78\cdot e^{0,07x}=125$ eller motsvarande med digitalt verktyg +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,7 år) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar (8,3 cm/år) +1 C_M

c) Godtagbart resonemang med slutsatsen att modellen inte är giltig för pojkar som går på gymnasiet +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, ställer upp ekvationen $-12\cdot x^{-2}+8=0,5x^{-0,5}$ eller motsvarande med digitalt verktyg +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x=1,26$) +1 C_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

24. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats,

t.ex. tecknar de två olikheterna $\begin{cases} 600x + 400y \le 60\,000 \\ x + y \le 125 \end{cases}$ +1 C_M

med godtagbar fortsättning, tecknar algebraiskt eller grafiskt ett system av olikheter som motsvarar kraven, t.ex.

$$\begin{cases} 600x + 400y \le 60\,000 \\ x + y \le 125 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

och

ställer upp målfunktionen $V = 500x + 400y$ eller bestämmer skärningspunkterna +1 C_M

Godtagbar lösning, där punkterna $(0, 0)$, $(0, 125)$, $(100, 0)$ och $(50, 75)$ undersöks, med korrekt svar (50 modell A och 75 modell B) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Kommentar: Även en lösning där punkten $(0, 0)$ inte undersöks i målfunktionen anses godtagbar.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $2^x \cdot \ln 2 = \dfrac{7}{6}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (0,75) +1 C_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

26. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där det framgår att det är $f'(a)$ och $f'(3a)$ som ska undersökas +1 A_R

med slutfört resonemang som visar att $f'(a) = 2a^3$ och $f'(3a) = 2a^3$ med slutsatsen att tangenterna är parallella oavsett värde på a +1 A_R

27. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $\int_0^a (0,3+0,5\mathrm{e}^{-0,76x})\,\mathrm{d}x = 4$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (11 mil) +1 A_M

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

28. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer ett korrekt funktionsuttryck för guldtrådens längd i en variabel, t.ex. $L(x)=\sqrt{(x-16)^2+\left(\dfrac{550}{x}\right)^2}$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimum, med godtagbart svar (23 mm) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 E_R)

Ja Tilde har rätt. För e^{kx} gäller att $k \cdot e^{kx}$ vilket i detta förhållande kommer oavsett x-värde, kuoten få värdet 2.

Ex, $x=5$ $f(5)=e^{2\cdot 5}$ $f'(5)=2\cdot e^{2\cdot 5}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas ett resonemang där en viss otydlighet kring derivatan vägs upp av ett godtagbart exempel. Lösningen ges nätt och jämnt en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 E_P)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$

$3x^2 - 6x = 0$

$3x^2 = 6x$

$3x = 6$

$x = 2$

$f(2) = 2^3 - 3\cdot 2^2 + 7 = 8 - 12 + 7 = 3$

	$\searrow$	min	$\nearrow$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
		2	

Svar Funktionen har ett min i pkt (2,3)

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms endast ett av derivatans nollställen samt endast en extrempunkts koordinater. Därmed uppfylls kraven för den första procedurpoängen på E-nivå. Verifieringen behandlar endast en extrempunkt och därmed uppfylls inte kraven för den tredje procedurpoängen.

Elevlösningsexempel 14.2 (3 EP)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$ $\qquad\qquad$ $f''(x) = 6x - 6$

$x(3x-6) = 0$

$x = 0 \qquad x = 2$

$0^3 - 3 \cdot 0^2 + 7 = 7$

$2^3 - 3 \cdot 2^2 + 7 = 8 - 12 + 7 = 3$

$6 \cdot 0 - 6 = -6$

$6 \cdot 2 - 6 = 6$

Svar $(0,7)$ max $(2,3)$ min

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive en vag verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen otydlig då symbolerna $f(0)$, $f(2)$, $f''(0)$ och $f''(2)$ saknas och dessutom saknas en förklaring till varför den ena punkten är en maximipunkt och den andra är en minimipunkt. Sammantaget ges elevlösningen tre procedurpoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 14.3 (2 E_P och 1 C_K)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$3x^2 - 6x = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x\ (x-2) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$

Svar$(0,7)$ = Max punkt

$(2,-11)$ = Minpunkt

$f''(x) = 6x - 6$

$f''(0) = -6$ max

$f''(2) = 6$ min

Koordinater:

$f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 7$

$f(0) = 7$

$= (0,7)$ Maxipunkt

$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 7$

$f(2) = 8 - 12 + 7$

$f(2) = -11$

$= (2,-11)$ Minimipunkt

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms derivatans båda nollställen och med andraderivata görs en korrekt verifiering. I lösningen används en godtagbar lösningsmetod men ett räknefel på näst sista raden resulterar i att y-koordinaten för den ena extrempunkten blir fel. När det gäller kommunikation används symboler på ett tydligt och korrekt sätt. Trots att lösningen är något ostrukturerad anses den relativt lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen den första och tredje procedurpoängen på E-nivå samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.4 (3 E_P och 1 C_K)

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$

$x(3x-6) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2$

$x_1 = 0 \quad f(0) = 7$

$x_2 = 2 \quad f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 7 = 8 - 12 + 7 = 3$

$(0,7)$ maxpunkt $(2,3)$ minpunkt

x		0		2	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och relativt lätt att följa och förstå trots att den är kortfattad, att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$ ” används samt att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 CR)

$f(x) = x^3 + 3x$

$f'(x) = 3x^2 + 3$

$3x^2 + 3 = 0$

$x^2 = \frac{-3}{3}$

$x = \pm\sqrt{-1}$ går ej. Hon har fel.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses ekvationen $f'(x) = 0$. Slutsatsen ”Hon har fel” är korrekt men motiveringen ”går ej” saknar en fortsättning med innebörden att saknade lösningar innebär att extrempunkter saknas. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 CR)

$f(x) = x^3 + 3x$, $f'(x) = 3x^2 + 3$

$f'(x) = 0$, $3x^2 + 3 = 0$

$x^2 = -1$

$x = \pm\sqrt{-1}$ ← går ej

Alltså finns det inga värden på x som ger en extrempunkt, hon har fel.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses ekvationen $f'(x) = 0$. På de två sista raderna dras en korrekt slutsats som baseras på att ekvationen saknar lösning och att extrempunkter därmed saknas. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (2 C_R)

$f(x) = x^3 + 3x$

$f'(x) = 3x^2 + 3$

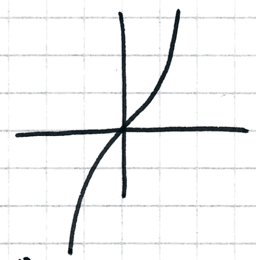
$f''(x) = 6x$

Alltid positiv

Svar: Hon har fel. funktionen har inga extrempunkter eftersom inga värden på x ger att $f'(x)=0$

alltså lutningen är aldrig 0

Det gör att grafen ser ut ungefär så här



alltså hon har fel
funktionen har inga
extrempunkter

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett korrekt uttryck för $f'(x)$ och genom att hänvisa till att derivatauttrycket alltid är positivt motiveras att lutningen aldrig är noll och därmed saknar funktionen extrempunkter. Sammantaget anses lösningen uppfylla kraven för två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (1 C_B, 1 A_P, 1 A_B och 1 A_K)

Derivatans def $\quad f'(x) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$f(x) = \frac{5}{a^2x}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\dfrac{5}{a^2(x+h)} - \dfrac{5}{a^2x}}{h} = \frac{\dfrac{5x-5(x+h)}{a^2(x+h)x}}{h} =$$

$$\frac{5x-5x-5h}{h(a^2x(x+h))}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{-5\cancel{h}}{\cancel{h}(a^2x(x+h))} = \frac{-5}{a^2x^2}$$

$$f'(x) = \frac{-5}{a^2x^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en korrekt härledning av derivatan, vilket anses uppfylla kraven för en begreppspoäng på C-nivå samt en procedur- och en begreppspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas ”lim” på ett par ställen men vid inledningen på tredje raden och vid gränsvärdesbestämningen på femte raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)

$f(x) = x^3$

- Då $x=a$ ges triangelns höjd av funktionen $f(a)=a^3$
- Basen kan räknas ut där tangenten skär x-axeln.

$A = \frac{b \cdot h}{2} = 1{,}5$ a.e. $\rightarrow$ $b \cdot h = 3{,}0$ a.e

$h = f(a) = a^3$

Tangentens ekvation $y = kx + m$

$k = f'(x)$ $\quad f'(x) = 3x^2$

$y = 3x^2 \cdot x + m = 3x^3 + m$

$3x^3 + m = x^3 \Leftrightarrow m = -2x^3$

$y = 3x^3 - 2x^2 = x^3$

Tangenten skär x-axeln $x^3 = 0$?

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms tangentens ekvation genom att använda punkten (x, x^3) i stället för (a, a^3) och därmed erhålls ett felaktigt uttryck för tangentens ekvation. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 18.2 (3 APL)

$f(x)=x^3$

$x=a \Rightarrow h=f(a)=a^3$

I denna triangel i detta koordinatsystem är $h=y$ och $b=a-x_2$

Ekvationen för tangenten $y=kx+m$

$k=f'(a)=3a^2$

$y=3a^2 \cdot x+m$

$a^3=3a^2 \cdot a+m$

$-2a^3=m$

$y=3a^2x-2a^3$

Då $y=0$ för $y=3a^2x-2a^3$ slutar basen, dvs x_2

$0=3a^2 \cdot x_2-2a^3$

$x_2=\frac{2a^3}{3a^2}=\frac{2a}{3}$

$a-\frac{2a}{3}=b \qquad b=\frac{1}{3}a$

$\frac{a^3 \cdot \frac{1}{3}a}{2}=1{,}5 \qquad \frac{a^4}{3}=3 \qquad a^4=9$

$a=\pm\sqrt[4]{9}$ (+ är rätt eftersom x-värdet ligger på den positiva sidan i koordinatsystemet)

$\underline{\underline{a=\sqrt[4]{9}}}$

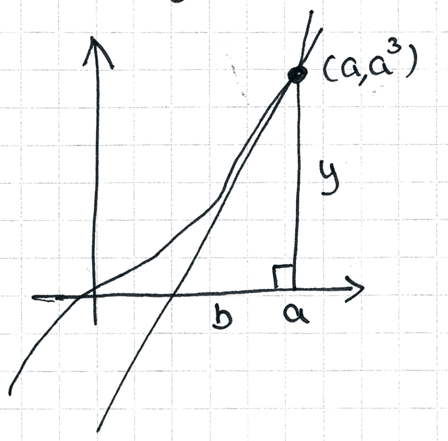
Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms triangelns bas med hjälp av tangentens ekvation och vidare bestäms ett korrekt värde på *a*. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (3 APL)

$f(x) = x^3 \qquad f'(x) = 3x^2$

$f'(a)$ = tangentens k-värde

Tangentens $k = 3a^2$



$A_\Delta = 1{,}5$ a.e

$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = 1{,}5$

$h = y$

$A_\Delta = \frac{b \cdot y}{2} = 1{,}5$

$y = f(a) = a^3$

$A_\Delta = \frac{b \cdot a^3}{2} = 1{,}5$

För att räkna ut b så måste vi ha ett värde på antingen hypotenusan eller basen.

Vi kan uttrycka b genom att

tangenten $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ och $\Delta x = b$

$3a^2 = \frac{a^3}{b} \qquad b = \frac{a^3}{3a^2} = \frac{a}{3}$

Nu kan vi skriva ett uttryck för arean med enda variabeln a

$A_\Delta = \frac{\frac{a}{3} \cdot a^3}{2} = 1{,}5 \rightarrow \frac{a^4}{3} = 3$

$a^4 = 9 \qquad \underline{a = \sqrt[4]{9} = \sqrt{3}}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms triangelns bas med hjälp av tangentens lutning och vidare bestäms ett korrekt värde på *a*. Sammantaget ges lösningen tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (2 E_{PL})

$f(x) = 3x^2 + 4x$

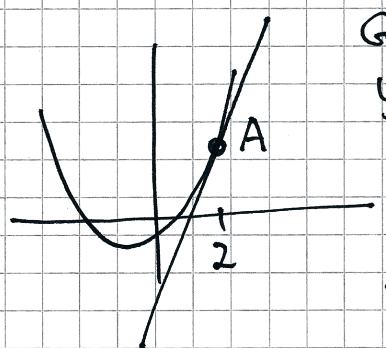
$f'(x) = 6x + 4$

$6 \cdot 2 + 4 = 16$

Svar 16

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett korrekt uttryck för funktionens derivata. På rad 3 saknas visserligen beteckningen för derivata men beräkningen av derivatans värde då $x = 2$ är korrekt. Trots att det inte helt tydligt framgår att $f'(2) = k$ så anses lösningen uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (2 E_{PL})



Geogebra

$y = 3x^2 + 4x$

A (2,20)

Tangent → $y = 16x - 12$

Svar $k = 16$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används ett digitalt verktyg för att bestämma tangentens ekvation då $x = 2$. Utifrån tangentens ekvation identifieras ett korrekt värde på k. Lösningen ges två problemlösningspoäng på E-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (2 E_M och 1 E_R)

a) $78 \cdot e^{0,07x} = 125$

$x = 6,73 \approx 7$ år

Grafritare Intersect

b) $f'(6) = 8,3$

Grafräknare derivata funktionen

c) $f(18) \approx 275$ cm

Nej, den är inte rimlig.

Jngen normal 18-åring är 2,75m lång

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår det att ett grafritande verktyg använts. Lösningen är visserligen knapphändig men det framgår vilken metod som använts och genom hänvisning till kommandona ”intersect” i deluppgift a) och ”derivatafunktionen” i deluppgift b) framgår det hur verktyget använts. I deluppgift b) anses lösningsmetoden vara godtagbar men enhet saknas. Därmed uppfylls inte kraven för modelleringspoäng på C-nivå. I deluppgift c) styrks en korrekt slutsats med en beräkning. Sammantaget ges lösningen för deluppgift a) två modelleringspoäng på E-nivå, deluppgift b) noll poäng och deluppgift c) en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (2 C_P)

$f(x) = \frac{12}{x} + 8x \quad f'(x) = -12x^{-2} + 8$

$g(x) = \sqrt{x} \quad g'(x) = \frac{1}{2}x^{-0,5}$

$-12x^{-2} + 8 = \frac{1}{2}x^{-0,5}$

Jntersect $x = 1,26$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en godtagbar lösning där digitalt verktyg använts. Genom att ange kommandot ”Intersect” framgår det hur verktyget använts för att lösa ekvationen $-12x^{-2} + 8 = \frac{1}{2}x^{-0,5}$. Lösningen ges två procedurpoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 Cp)

$f(x) = \frac{12}{x} + 8x$

$g(x) = \sqrt{x}$

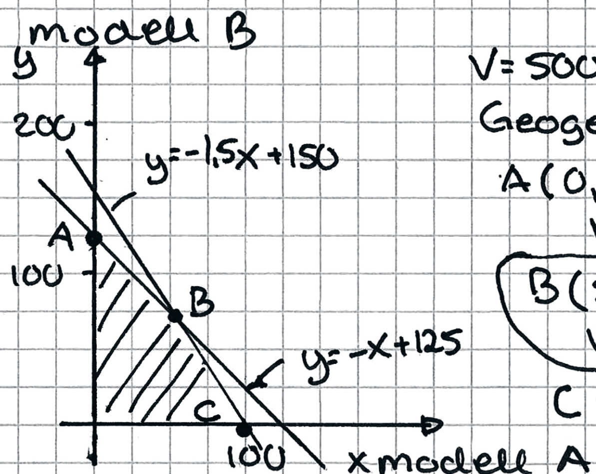
$f'(x) = g'(x)$ Nlös, CAS

$x = 1,26$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en godtagbar lösning där digitalt verktyg använts. Genom kommandot ”Nlös, CAS” framgår det hur det digitala verktyget använts för att lösa ekvationen. Lösningen ges två procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (3 Cm)



$V = 500x + 400y$

Geogebra

$A(0,125)$

$V = 0 + 400 \cdot 125 = 50000$

$B(50,75)$

$V = 500 \cdot 50 + 400 \cdot 75 = 55000$

$C(100,0)$

$V = 500 \cdot 100 + 0 = 50000$

BÄST!

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas en godtagbar grafisk ansats där systemet av olikheter framgår av bilden. Redovisning av hur linjerna och skärningspunkterna har tagits fram saknas men trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för tre modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (3 C_M)

Låt modell A vara x

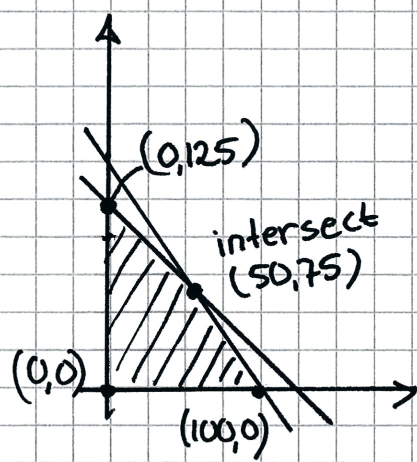
Låt modell B vara y

$x + y = 125$

$600x + 400y = 60\,000$

Vinstfunktion:

$V = 500x + 400y$



$(0,0) = 500 \cdot 0 + 400 \cdot 0 = 0$

$(0,125) = 500 \cdot 0 + 4 \cdot 125 = 50000$

$(50,75) = 500 \cdot 50 + 4 \cdot 75 = 55000$

$(100,0) = 500 \cdot 100 + 0 \cdot 75 = 50000$

Svar Tillverka 50st modell A och 75st modell B

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms både skärningspunkter och vinstfunktion korrekt. Alla skärningspunkter undersöks, vilket leder fram till rätt svar. Visserligen utgår elevlösningen från ett felaktigt algebraiskt system men detta vägs till viss del upp av en tydlig figur av området som ska undersökas. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå. Dock är området inte tydligt motiverat då ekvationer används istället för olikheter och villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas. Dessutom används likhetstecknet felaktigt då beräkningarna av den maximala vinsten genomförs. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (0 poäng)

Gjorde i Geogebra
Först skrev jag in funktionen och satte
ut punkterna och drog sekanten därefter
tryckte jag på parallell linje och fäste
den på funktionens linje
Den punkt som har samma lutning
som sekanten har $x = 0.78$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används ett digitalt verktyg för att fästa en parallell linje vid en godtyckligt vald punkt på funktionens graf. Den valda metoden är olämplig då den resulterar i ett osäkert värde på den efterfrågade *x*-koordinaten. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 CPL)

Skrev in $f(x) = 2^x$ i Geogebra
Satte ut punkter & drog linje
(sekanten)

Sekantens ekv $-3y = -3{,}5x - 5{,}01$

$$-3(y = \underbrace{1{,}167}_{k_{sekant}}x + 1{,}67)$$

Söker $f'(x) = k_{sekant}$

Använder geogebra:
Derivera(f) → $f'(x)$
$y = 1{,}167$
Avläser skärningspunkt $x = 0{,}75$

Svar $0{,}75$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används digitalt verktyg för att bestämma sekantens ekvation. Omskrivningen där -3 bryts ut är matematiskt olämplig men påverkar inte den efterföljande lösningen som leder fram till rätt svar. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 27

Elevlösningsexempel 27.1 (1 AM)

F(x) är en primitiv funktion av f(x)
och visar hur många Liter bensin som
används och x = sträckan i mil

$$F(x) = 0{,}3x + \frac{0{,}5}{-0{,}76} e^{-0{,}76x}$$

sätter F(x) = 4
Num-solv på miniräknaren ger
att man kommer 13.33 mil på 4L bensin
Svar 13 mil

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms en korrekt primitiv funktion vilket anses motsvara en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen används den primitiva funktionen för att lösa $F(x) = 4$ istället för $F(x) - F(0) = 4$. Lösningen ges en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27.2 (2 AM)

$$\int_0^x \left(0{,}3+0{,}5e^{-0{,}76x}\right)dx = 4$$

$f(x) = 0{,}3+0{,}5e^{-0{,}76x}$ ← Skriver in i geogebra

$F(x) - F(0) = 4$

Använder geogebra

Integral (f) → $g(x) = F(x)$

Skriver in $h(x) = g(x) - g(0)$ och $y = 4$

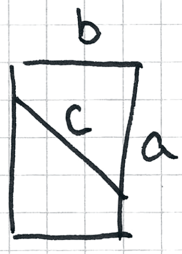
Skärningspunkt blir 11,14

Svar 11,14 mil

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tecknas en korrekt integral som sätts lika med fyra. Den sökta integrationsgränsen bestäms med ett digitalt verktyg. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 AM)



$a \cdot b = 550$

$b = \frac{550}{a}$

$c^2 = (a-16)^2 + \left(\frac{550}{a}\right)^2$

$c = \sqrt{(a-16)^2 + \left(\frac{550}{a}\right)^2} = \sqrt{a^2 - 32a + 256 + \frac{550^2}{a^2}}$

Jag slog sedan in funktionen på miniräknaren för att få fram vad det minsta värdet är

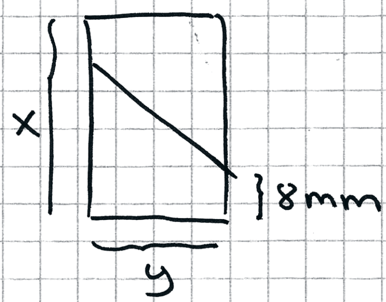
svar 23 mm

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen redovisas ett korrekt funktionsuttryck för trådens längd vilket motsvarar kraven för den första modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen leder visserligen fram till ett korrekt svar men saknar en godtagbar verifiering. När det gäller kommunikation är kopplingen mellan figur och uttrycket för trådens längd otydlig och en hänvisning till Pythagoras sats saknas. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.2 (2 AM)

$(x-16)^2+y^2=L^2$

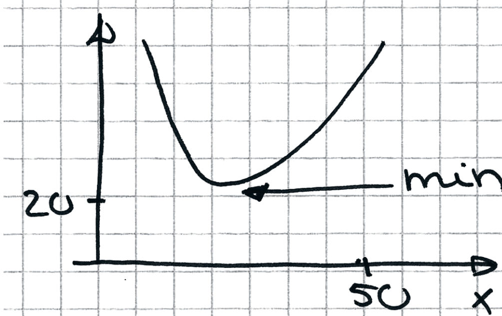
$x \cdot y = 550$



$(x-16)^2+y^2=L^2$

$x \cdot y = 550$

$(x-16)^2+\left(\frac{550}{x}\right)^2=L^2$



min ger $x = 28{,}7$ mm

$L = 22{,}99$ mm

Svar minsta längd på tråden 23 mm

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen behandlas uppgiften i sin helhet och avslutas med ett korrekt svar. Verifiering av minimum är inte heltäckande men anses tillräcklig i detta fall. När det gäller kommunikation är kopplingen mellan figur och uttrycket L^2 otydlig. Lösningen innehåller visserligen en graf men det är oklart om grafen representerar L eller L^2 och det är inte heller tydligt hur det digitala verktyget använts. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.