

Part B	Problems 1–10 which only require answers.
Part C	Problems 11–18 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for Part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of an oral part (Part A) and three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 64 points consisting of 23 E-, 23 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades

E: 17 points

D: 26 points of which 8 points on at least C-level

C: 33 points of which 14 points on at least C-level

B: 43 points of which 6 points on A-level

A: 51 points of which 10 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

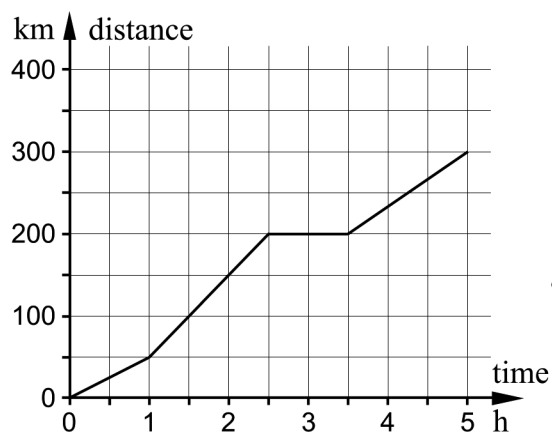
Name: _____

Date of birth: _____

Educational programme: _____

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

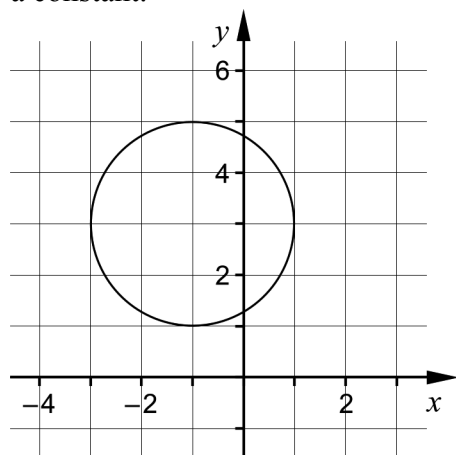
1. A car is driving along a road. The diagram shows the distance traveled by the car as a function of time.



Determine the average velocity of the car in the interval $0 \leq t \leq 5$

_____ km/h (1/0/0)

2. The circle in the figure has the equation $(x+1)^2 + (y-A)^2 = 4$ where A is a constant.



Determine A .

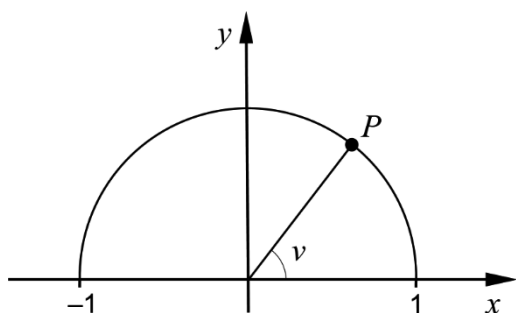
_____ (1/0/0)

3. For the function f it holds that $f(x) = e^{4x}$

a) Determine an approximate value of $f(0.25)$
 Answer with one decimal digit. $f(0.25) \approx$ _____ (1/0/0)

b) Determine $f'(x)$. $f'(x) =$ _____ (1/0/0)

4. The figure shows a part of a unit circle. The point P has coordinates $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$



The alternatives A–H show different values.

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| A. $\frac{4}{3}$ | B. $\frac{3}{4}$ | C. $\frac{3}{5}$ | D. $\frac{5}{3}$ |
| E. $\frac{4}{5}$ | F. $\frac{5}{4}$ | G. 1 | H. -1 |

a) Which of the alternatives A–H shows the value of $\sin v$? _____ (1/0/0)

b) Which of the alternatives A–H shows the value of $\tan v$? _____ (1/0/0)

5. For the function f and g it holds that

- f and g are two *different* polynomial functions of degree 3
- $f'(x) = g'(x)$ for all x .

Give an example of $f(x)$ and $g(x)$.

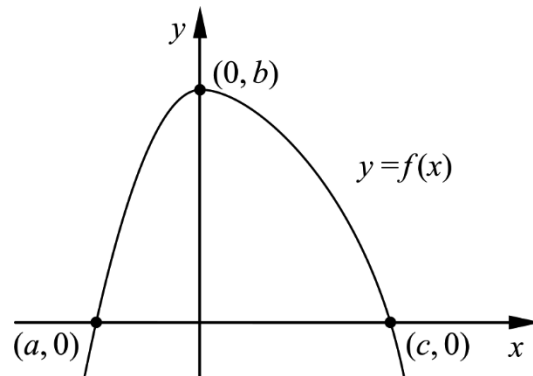
$f(x) =$ _____ and $g(x) =$ _____ (0/1/0)

6. For the function h it holds that $h'(x) = 3h(x)$ for all x .

Give an example of $h(x)$ if $h(x) \neq 0$

$h(x) =$ _____ (0/1/0)

7. The figure shows the graph of the function f and three points located on the graph.



One of the alternatives A–F shows an integral that can be used to determine the area of the region bounded by the two positive coordinate axes and the graph of f . Which one?

A. $\int_a^b f(x) dx$

D. $\int_a^c f(x) dx$

B. $\int_0^b f(x) dx$

E. $\int_a^0 f(x) dx$

C. $\int_b^c f(x) dx$

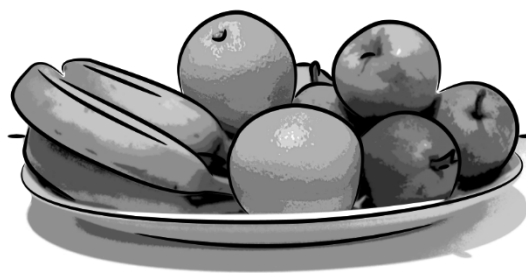
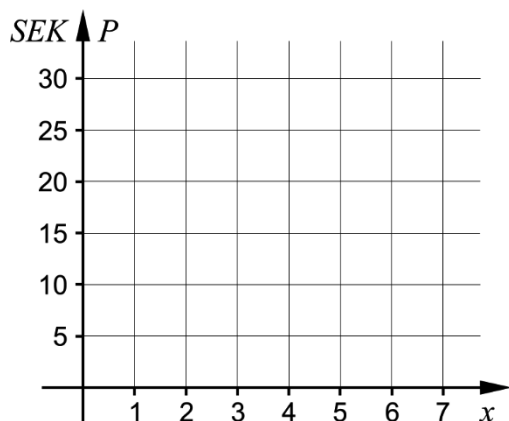
F. $\int_0^c f(x) dx$

_____ (0/1/0)

8. In the cafeteria at the Central school, the price of fruit is SEK 5 per piece. When a student shops, the total price SEK P can be described as a function of the number of fruits x .

Draw the graph of the function on the interval $1 \leq x \leq 4$ in the coordinate system.

(0/1/0)



9. Simplify as far as possible.

a) $\frac{x}{(x-5)(5+x)} + \frac{5}{(5+x)(x-5)}$

_____ (0/1/0)

b) $\frac{(x-1)^{13} + (x-1)^{12}}{x}$

_____ (0/0/1)

10. For what angles ν in the interval $0^\circ \leq \nu < 360^\circ$ does it hold that $\sin \nu \geq \cos \nu$?

_____ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

11. The giant panda lives in bamboo forests in south west China.



The weight of the panda $V(x)$ during its first four years can be described by the function $V(x) = -5x^2 + 40x + 0.1$ where $V(x)$ is the weight in kg and x is the time in years from birth.

Two years from birth, the weight of the panda increases at a rate of $V'(2)$ kg/year. Determine $V'(2)$.

(1/0/0)

12. For the function f it holds that $f(x) = 2x^3 - 24x$

Use the derivative and determine the coordinates for any maximum-, minimum- and saddle points for the graph of the function.

Also determine the characteristics of each point, that is, whether it is a maximum-, minimum- or saddle point.

(3/1/0)

13. Calculate algebraically

a) $\int_1^2 (3x^2 + 5) dx$ (2/0/0)

b) $\int_{-4}^{-2} \frac{4}{x^2} dx$ (0/2/0)

14. Anna claims that the expression $|-4| + x^4$ can be negative for some real values of x .

Is Anna right? Justify your answer.

(1/0/0)

15. For the function f it holds that $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

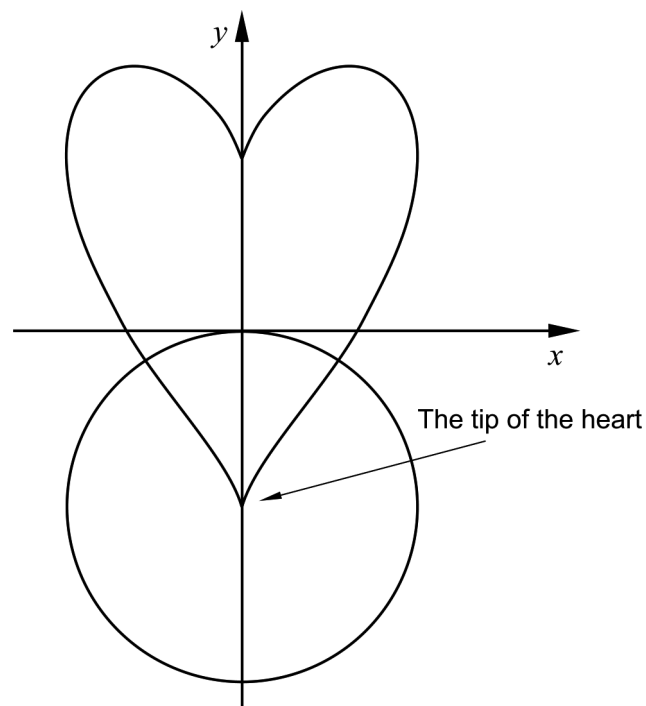
Determine the antiderivative F for which it holds that $F(9) = 10$

(0/2/0)

16. The coordinate system shows a heart and a circle, both symmetric around the y -axis.

The equation of the heart: $x^2 + \left(y - \sqrt[3]{x^2}\right)^2 = 1$

The equation of the circle: $x^2 + (y+1)^2 = 1$



Investigate whether the centre of the circle coincides with the tip of the heart.

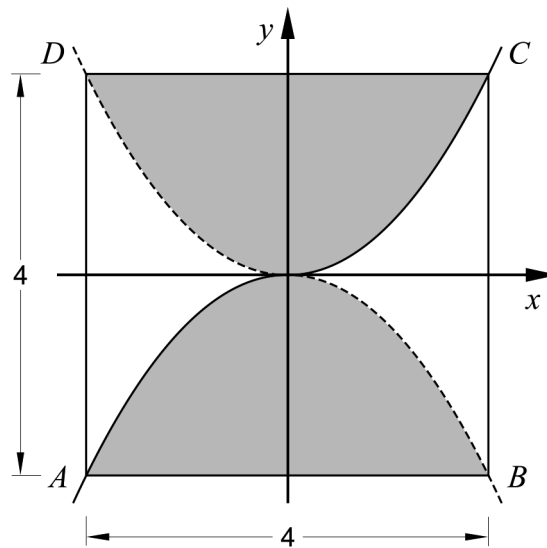
(0/2/0)

17. For the function f it holds that $f(x) = \frac{1}{ax}$ where a is a constant.

Determine $f'(x)$ by using the definition of the derivative.

(0/1/3)

18. The figure shows a coordinate system with two cubic curves (one unbroken and one dotted) on the form $y = ax^3$. The figure also shows a square $ABCD$ with side 4 length units. The centre of the square is in the origin.



The cubic curves divide the square into four regions, two of them marked in white and two in grey.

Calculate how large a part the total area of the grey regions is of the area of the square $ABCD$.

(0/0/3)

Part D	Problems 19–26 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of an oral part (Part A) and three written parts (Part B, Part C and Part D). Together they give a total of 64 points consisting of 23 E-, 23 C- and 18 A-points.

Level requirements for test grades

E: 17 points

D: 26 points of which 8 points on at least C-level

C: 33 points of which 14 points on at least C-level

B: 43 points of which 6 points on A-level

A: 51 points of which 10 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: _____

Date of birth: _____

Educational programme: _____

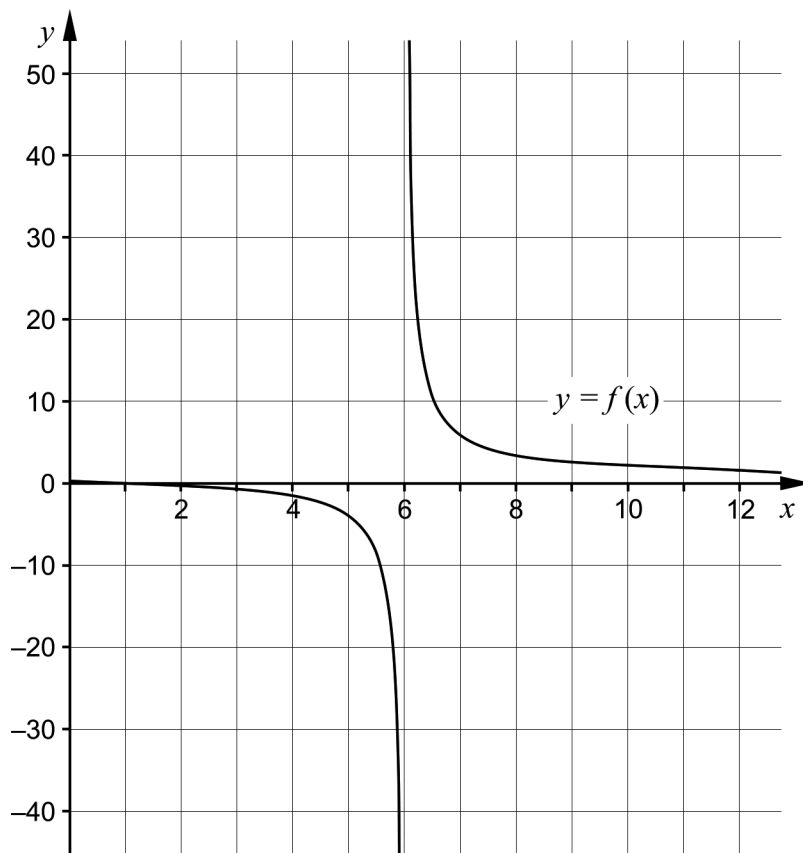
Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

19. Let $f(x) = x^2 - 24x$

Determine the value of a so that $f'(a) = 17$

(2/0/0)

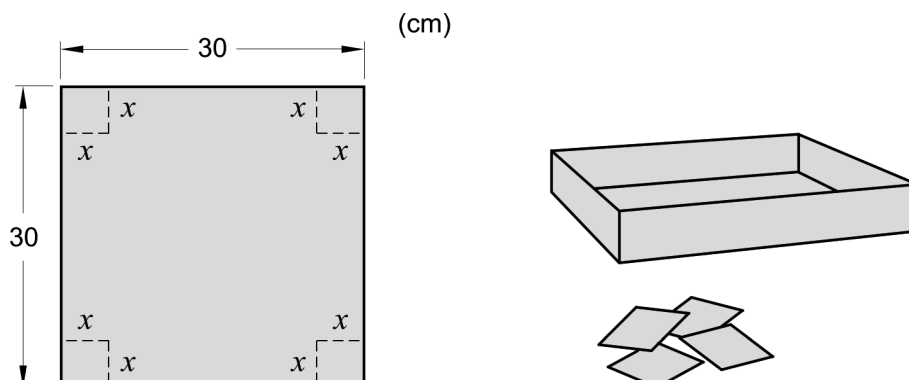
20. Sofia draws the graph of $f(x) = \frac{x-1}{x-6}$, see figure.



Sofia claims that: “The largest value is found when $x = 6$ ”
Is she right? Justify your answer.

(1/0/0)

21. Kajsa has square sheets of papers with sides that are 30 cm. She is going to cut out a square piece in each corner and then fold the sheets to boxes without lids.

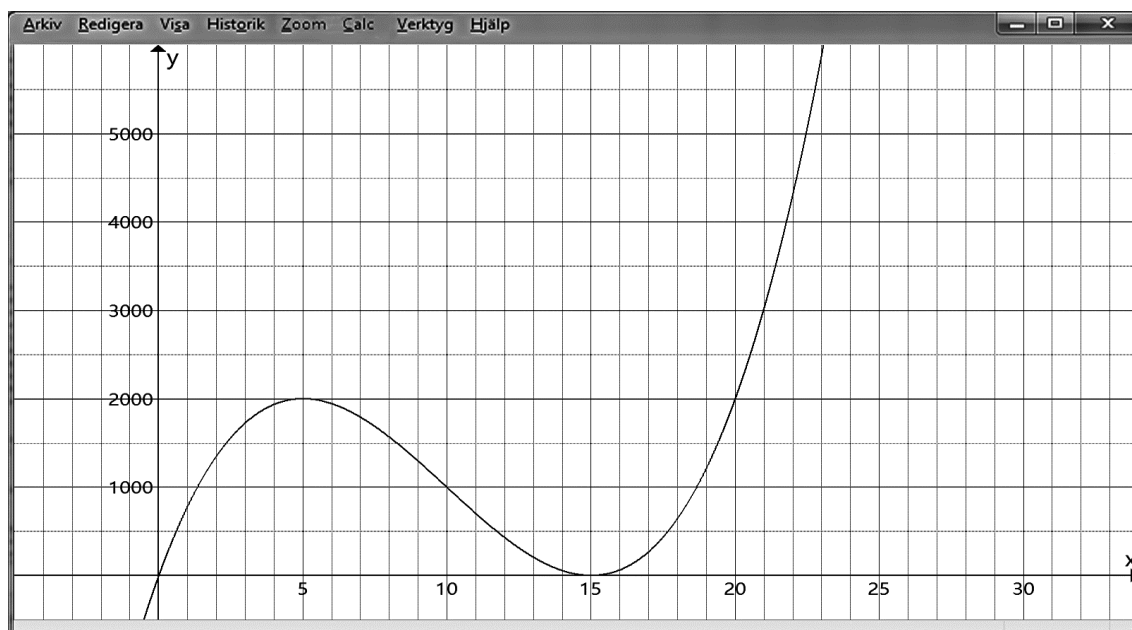


Kajsa assumes that the square pieces has the side length x cm.

The volume of each box $V(x)$ cm^3 is then determined by the relation

$$V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$$

Kajsa plots the graph of V on her computer:



Answer the questions with help from suitable readings from the figure.

- Determine the side length x cm for the box with the largest volume.
Only answer required (1/0/0)
- Determine the area of the bottom surface for the box with the largest volume. (0/1/0)
- How many *different* boxes with volume 1000 cm^3 can Kajsa fold? Justify your answer. (1/1/0)

22. The price of a certain TV of 4K-format is today SEK 33 700 but it rapidly decreases in value. The value of the TV can be described with the model

$$V(t) = 33\,700 e^{-0.0348t}$$

where $V(t)$ is the value of the TV in SEK and t is the time in months after the purchase.

- a) After a certain period of time the TV is worth SEK 20 000. Determine how many months after the date of purchase this is. (2/0/0)

It is possible to purchase this TV by instalments which, including interest and other fees, means a cost of SEK 488 per month during 72 months.

- b) A certain number of months after the purchase, the value of the TV is equal to the sum of the paid instalments. Use the model to determine when this happens. (0/2/0)

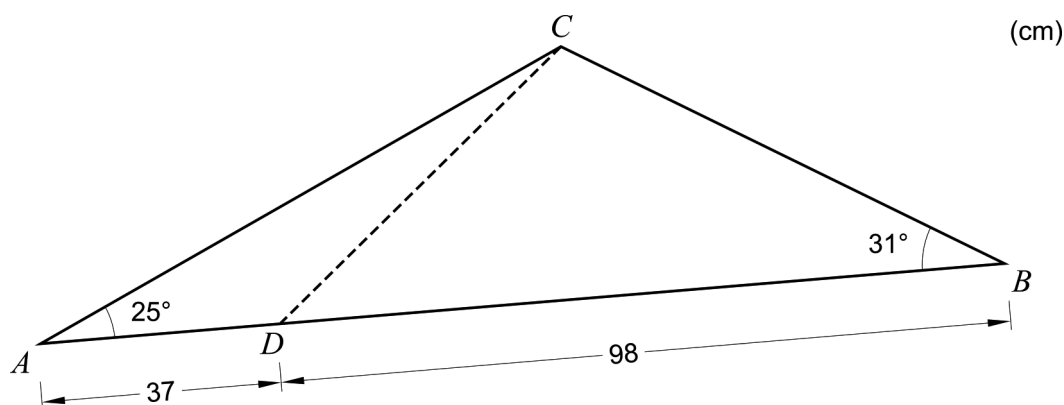
23. Elliot wants to determine $f'(2)$ when $f(x) = \sqrt{x^3 + 5}$

Since he does not know how to differentiate $f(x) = \sqrt{x^3 + 5}$ he cannot solve the problem by calculating $f'(2)$ algebraically. Instead, he determines an approximate value of the derivative by calculating the rate of change

$$\frac{\sqrt{2.5^3 + 5} - \sqrt{1.5^3 + 5}}{2.5 - 1.5}$$

Write down and calculate a new rate of change that gives a *better* approximate value of $f'(2)$. (0/2/0)

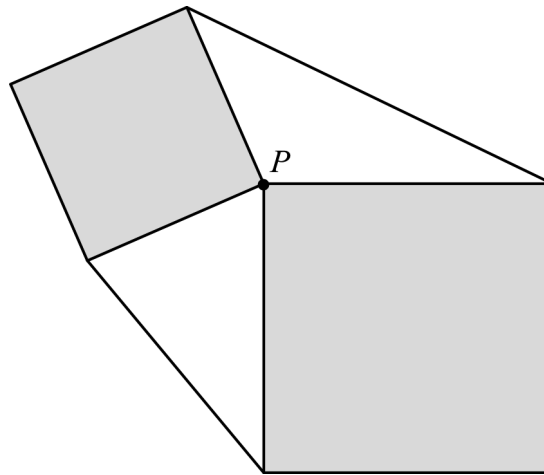
24. Calculate the distance CD in the triangle ABC . (0/3/0)



25. Two squares of different size are placed according to the following conditions:

- The squares should each have one of their corners at the same point P .
- The squares should not have any other points in common.

Two lines are drawn between the corners of the squares so that two triangles are formed outside the squares. The figure below shows *one* example of what it might look like.



Prove that the area of one of the triangles is always equal to the area of the other triangle.

(0/0/3)

26. A landscape gardener has been commissioned by a construction enterprise to come up with suggestions on how the flower beds in a terraced house area should be designed. The landscape gardener imagines that the flower beds are placed according to figure 1.

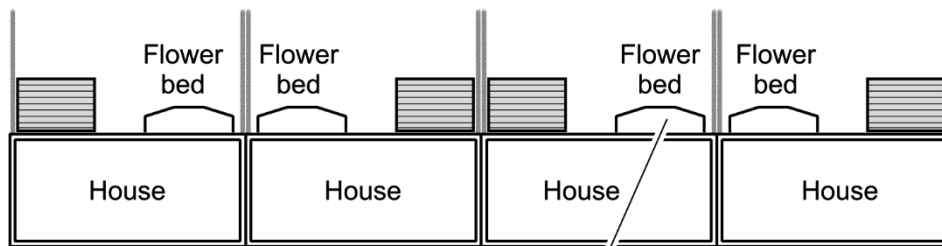


Figure 1. Terraced house area, seen from above.

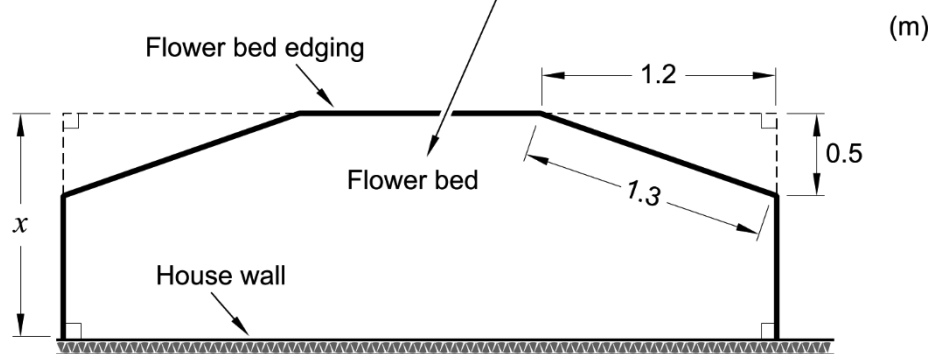


Figure 2. Flower bed, seen from above.

The landscape gardener plans to design each flower bed so that one side is made up by a house wall. Along the other five sides, there will be a thin steel flower bed edging. The skewed flower bed edgings will have a length of 1.3 m and be angled according to figure 2 above. Each flower bed should have an area of 3 m^2 .

The construction enterprise wants to minimize the cost and therefore wants the total length of the flowerbed edging to be as short as possible.

Determine what width x the landscape gardener should suggest in order to satisfy the construction enterprise's requirements.

(0/0/4)

To the student – information about the oral part

You will be given a problem that you will solve in writing, and then you will present your solution orally. If you need, you can ask your classmates or your teacher and use your textbook for help when solving the problem. Your oral presentation starts with you presenting the problem and then you describe and explain your solution. You must present all steps in your solution. However, if you have done the same calculation several times (for example in a table) it might be sufficient if you present only a few of the calculations. Your presentation should take a maximum of 5 minutes, and be held to a smaller group of your classmates and one or more teachers.

The problem given to you should, on the whole, be solved algebraically. You might need a calculator to do some of the calculations but, when presenting your solution, you should avoid referring to the use of your calculator for drawing graphs and/or symbolic handling (if that is the type of calculator you are using).

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use mathematical terminology.

How complete, relevant and structured your presentation is

Your presentation must contain the necessary parts in order for a listener to follow and understand your thoughts. What you say should be in a suitable order and be relevant. The listener must understand how calculations, descriptions, explanations and conclusions are connected with each other.

How well you describe and explain the train of thought behind your solution

Your presentation should contain both descriptions and explanations. To put it simple, a description answers the question “How?” and an explanation answers the question “Why?”. You describe something when you for instance tell how you have done a calculation. You explain something when you for instance justify why you could use a certain formula.

How well you use mathematical terminology

In your presentation you should use a language that contains mathematical terms, expressions and symbols suitable for the problem you have solved.

Mathematical terms are for example words like “exponent”, “function” and “graph”.

An example of a mathematical expression is that x^2 is read “x to the power 2” or “x squared”. Some examples of mathematical symbols are π and $f(x)$, which are read “pi” and “f of x”.

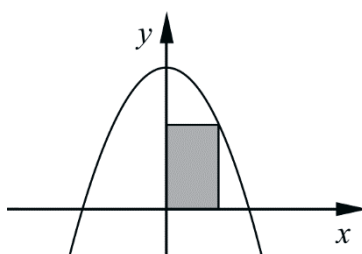
Problem 1

Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

A rectangle has one corner in the origin, one corner on the curve $y = 5.88 - x^2$ and the other corners on the positive coordinate axes. Calculate the maximum area of the rectangle.



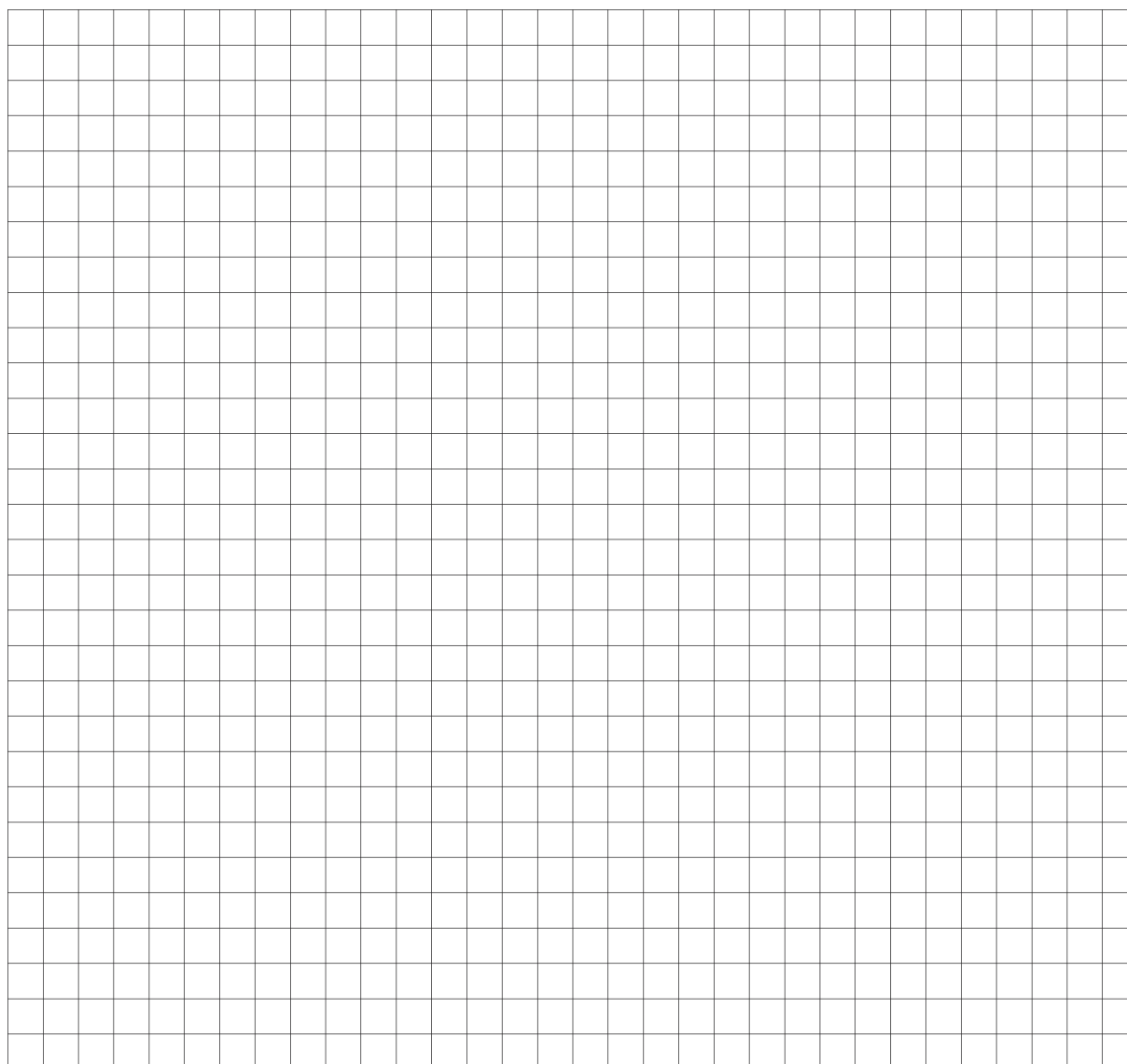
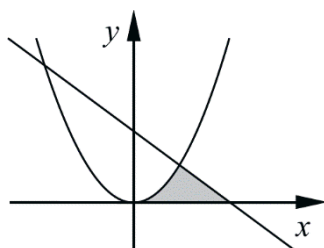
Problem 2

Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

A region is bounded by the curve $y = x^2$, the line $y = 6 - x$ and the positive x -axis. Calculate the area of the region.



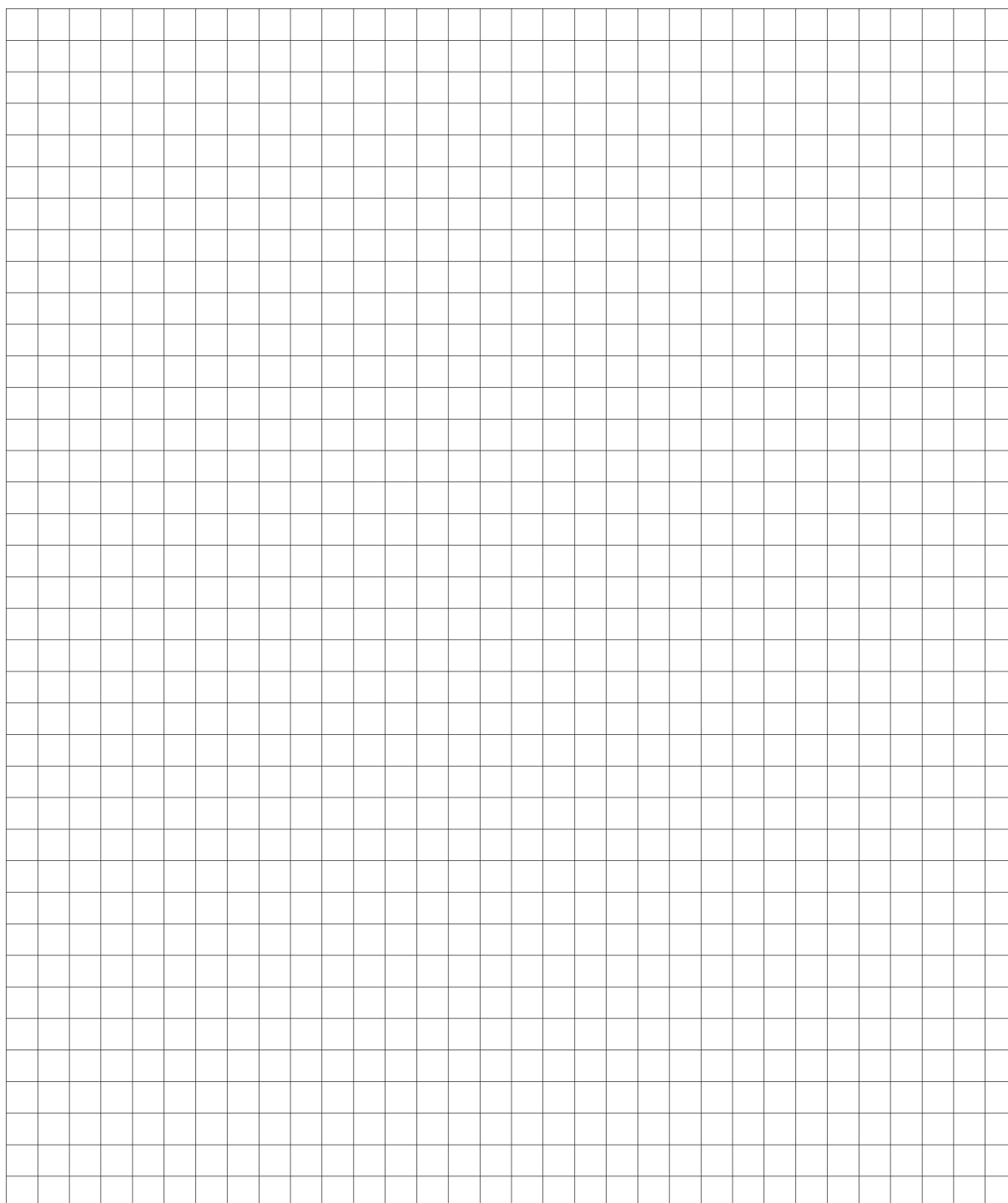
Problem 3

Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

A triangle has two sides with lengths 15 cm and 33 cm. The intermediate angle is 42° . Calculate the other angles and the third side of the triangle.



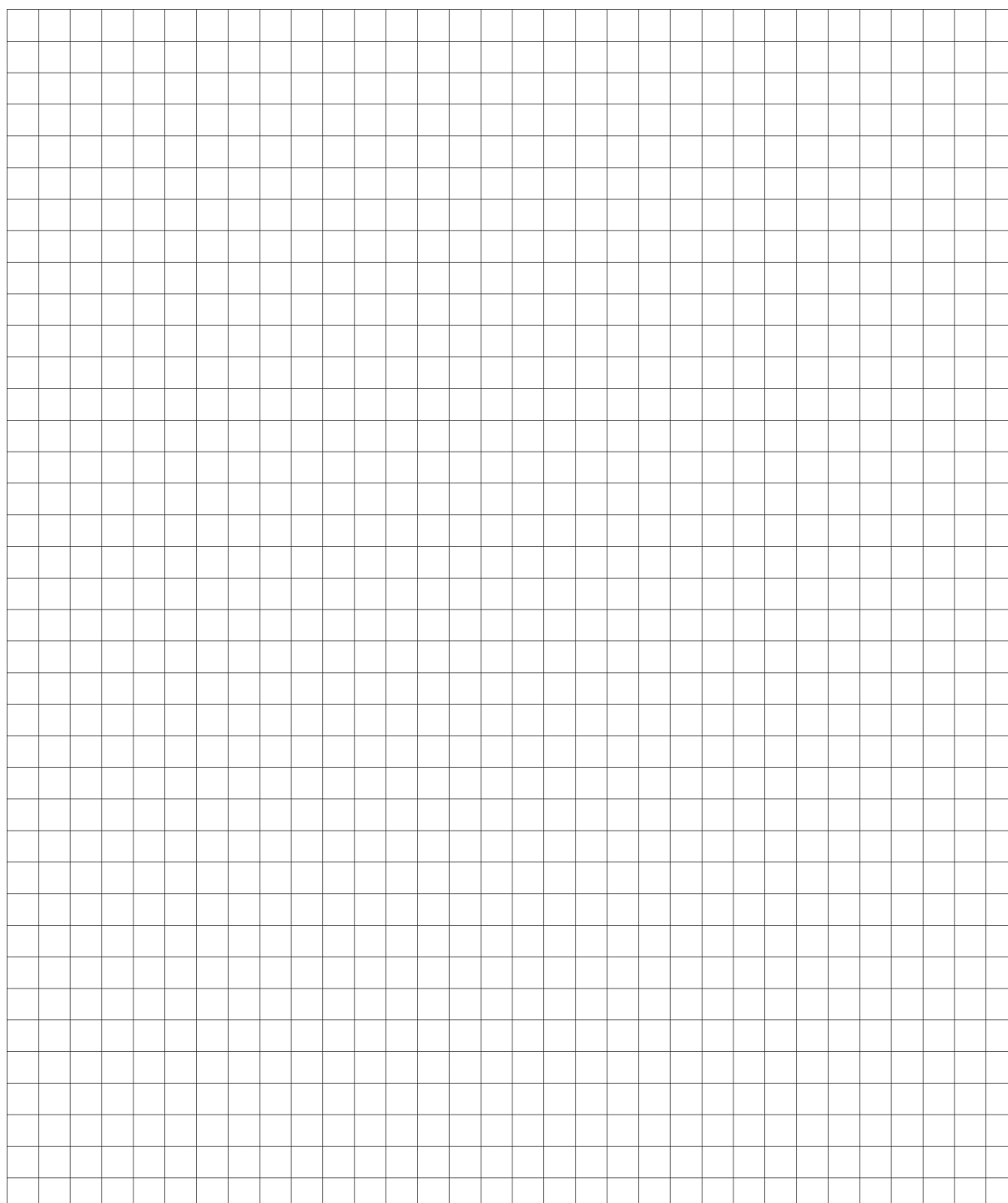
Problem 4

Name: _____

When assessing your oral presentation, the teacher will take into consideration

- how complete, relevant and structured your presentation is,
- how well you describe and explain the train of thought behind your solution, and
- how well you use the mathematical terminology.

At the point where the curve $y = x^3 - 6.25x$ intersects the negative x -axis, the curve has a tangent. Determine the equation of the tangent.



Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehållsförteckning

Inledning.....	3
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3c	4
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	4
Bedömningsmodeller.....	4
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga.....	5
2. Bedömningsanvisningar.....	7
Läsanvisning.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov C	8
Instruktioner för bedömning av delprov D.....	11
3. Exempel på bedömda elevlösningar	14
Uppgift 12	14
Uppgift 14	15
Uppgift 15	16
Uppgift 16	17
Uppgift 17	18
Uppgift 18	19
Uppgift 20	22
Uppgift 21c	23
Uppgift 24	23
Uppgift 25	24
Uppgift 26	25
4. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg.....	26
Sammanvägning till ett provbetyg i samband med provet i matematik 3c.....	26
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	26
5. Kopieringsunderlag och webbmateriäl	27
Övrigt webbmateriäl.....	27
Sammanställning av elevresultat	28
Provsammanställning – Centralt innehåll	29
Centralt innehåll Matematik 3c.....	30

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3c. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmateriäl (kapitel 5).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3c

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknfel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E_p

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...) +1 E_p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _p
med korrekt bestämning av...	+1 E _p
Godtagbar verifiering av...	+1 E _p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, f(x), f'(x), f''(x), x, y, (), [], \int dx$, bråkstreck, index, lim, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. absolutbelopp, cirkel, enhetscirkel, polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e , naturlig logaritm
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, cirkelns ekvation, enhetscirkeln, areasatsen, cosinussatsen, sinussatsen, definitionen för sinus
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (60 km/h) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (3) +1 E_B

3. **Max 2/0/0**
 - a) Godtagbart svar ($f(0,25) \approx 2,7$) +1 E_B
Kommentar: Även svar med fler än en decimal ges poäng om svaret ligger i intervallet $2,7 \leq f(0,25) < 2,75$.
 - b) Korrekt svar ($f'(x) = 4e^{4x}$) +1 E_P

4. **Max 2/0/0**
 - a) Korrekt svar (E: $\frac{4}{5}$) +1 E_B
 - b) Korrekt svar (A: $\frac{4}{3}$) +1 E_B

5. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (t.ex. $f(x) = x^3 + 2$ och $g(x) = x^3 + 4$) +1 C_B

6. Max 0/1/0

Korrekt svar (t.ex. $h(x) = e^{3x}$) +1 C_B

7. Max 0/1/0

Korrekt svar $\left(F : \int_0^c f(x) dx \right)$ +1 C_B

8. Max 0/1/0

Godtagbart ritad graf
(Endast markering av punkterna (1,5), (2,10), (3,15) och (4,20)) +1 C_B

9. Max 0/1/1

a) Korrekt svar $\left(\frac{1}{x-5} \right)$ +1 C_P

b) Korrekt svar $((x-1)^{12})$ +1 A_P

10. Max 0/0/1

Korrekt svar $(45^\circ \leq v \leq 225^\circ)$ +1 A_B

Kommentar: Även svaret $45 \leq v \leq 225$ anses godtagbart.

Instruktioner för bedömning av delprov C

11. Max 1/0/0

Godtagbar lösning med korrekt svar (20) +1 E_P

12. Max 3/1/0

Godtagbar ansats, t.ex. korrekt bestämning av derivatans nollställen,
 $x_1 = -2$ och $x_2 = 2$ +1 E_P

med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater
 $(-2, 32)$ och $(2, -32)$ +1 E_P

Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär
(maximipunkt $(-2, 32)$ och minimipunkt $(2, -32)$) +1 E_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

**13. Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 C_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1) +1 C_P

14. Max 1/0/0

Godtagbart enkelt resonemang, som inkluderar att $|-4| > 0$ och $x^4 \geq 0$ eller
motsvarande, med slutsatsen att Anna har fel +1 E_R

Kommentar: Även ett resonemang som behandlar $x^4 > 0$ anses godtagbart.

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

**15. Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $F(x) = \frac{x^{0,5}}{0,5} + C$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x) = 2\sqrt{x} + 4$) +1 C_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



16.

Max 0/2/0

Godtagbar inledning till välgrundat resonemang,

inser att $(0, -1)$ är cirkelns medelpunkt och att $(0, -1)$ ska prövas i hjärtats ekvation

eller

inser att $x = 0$ ska sättas in i hjärtats ekvation och löser en ekvation som ger att $y = \pm 1$

+1 C_R

med i övrigt godtagbart slutfört välgrundat resonemang där det framgår att hjärtats spets sammanfaller med cirkelns medelpunkt

+1 C_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



17.

Max 0/1/3

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\frac{\frac{1}{a(x+h)} - \frac{1}{ax}}{h}$

+1 C_B

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\frac{-1}{(x+h)ax}$

+1 A_P

med korrekt bestämning av derivatan, $f'(x) = \frac{-1}{ax^2}$

+1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



18.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en av tredjegradsfunktionerna

t.ex. $y = \frac{x^3}{4}$

+1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. beräknar arean för något vitt eller grått delområde

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive hänvisning till symmetri vid behov, med korrekt svar $(0,75)$

+1 A_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



Instruktioner för bedömning av delprov D

19. Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2a - 24 = 17$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = 20,5$) +1 E_{PL}

Kommentar: Även en korrekt lösning där variabeln x används anses godtagbar.

20. Max 1/0/0

Godtagbart enkelt resonemang där det framgår att Sofia har fel,
baserat på att största värde saknas

eller

baserat på att funktionen inte är definierad då $x = 6$ +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



21. Max 2/2/0

a) Korrekt svar (5 cm) +1 E_M

Kommentar: Även ett svar utan enhet (5) godtas.

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (400 cm^2) +1 C_M

c) Godtagbar ansats, t.ex. ritar in linjen $y = 1000$ i skissen +1 E_M

med godtagbar motivering där det framgår att den tredje lösningen inte ger någon låda, med korrekt svar (2) +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 22.** **Max 2/2/0**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $20000 = 33\,700 e^{-0,0348t}$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (15 månader) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $488t = 33\,700 e^{-0,0348t}$ +1 C_M
 med i övrigt godtagbar grafisk/numerisk lösning med godtagbart svar (27 månader) +1 C_M
- 23.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, tecknar en lämplig ändringskvot, t.ex.
 $\frac{\sqrt{2,1^3+5}-\sqrt{1,9^3+5}}{2,1-1,9}$ (central) eller t.ex. $\frac{\sqrt{2,01^3+5}-\sqrt{2^3+5}}{2,01-2}$ (framåt) +1 C_B
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar i intervallet $1,648 \leq f'(2) \leq 1,680$ +1 C_P
- 24.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en sida med sinussatsen, t.ex. $CA \approx 83,9 \text{ cm}$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (53 cm) +1 C_{PL}
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*
- 25.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar generell ansats, ansätter två sidor med olika längder och lämpliga vinklar samt använder areasatsen i två trianglar +1 A_R
 med i övrigt korrekt slutfört bevis inklusive hänvisning till sambandet $\sin v = \sin(180^\circ - v)$ +1 A_R
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K



26.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt funktion rabattkantens totala längd i två variabler, $L(x) = 2(x - 0,5) + (y - 2 \cdot 1,2) + 2 \cdot 1,3$

+1 A_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer funktionen i en variabel, t.ex.

$$L(x) = 2x - 0,8 + \frac{3,6}{x}$$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimum, med godtagbart svar (1,3 m)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 E_P)

$$f(x) = 2x^3 - 24x$$

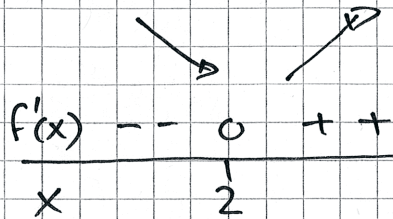
$$f'(x) = 6x^2 - 24$$

$$f'(x) = 0$$

$$6x^2 - 24 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$



$$x=2; \quad f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 = 16 - 48 = -32$$

Funktionen har ett min i punkten $(2, -32)$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms endast ett av derivatans nollställen vilket förenklar uppgiftens komplexitet. Eftersom resterande del av uppgiften löses godtagbart anses elevlösningen som helhet motsvara kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges den första procedurpoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (3 E_P och 1 C_K)

$$f(x) = 2x^3 - 24x$$

$$f'(x) = 6x^2 - 24 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$x_1 = 2 \quad \text{och} \quad x_2 = -2$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 = 16 - 48 = -32$$

$(-2, 32)$ Maxpunkt

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 24 \cdot (-2) = -16 + 48 = 32$$

$(2, -32)$ Minpunkt

x	-4	-2	0	2	4
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗	max	↘	min	↗

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att den är lite kortfattad, att det felaktiga skrivsättet ” $f'(x) = 6x^2 - 24 = 0$ ” används, att parenteser runt negativa tal saknas och att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$$|-4| + x^4$$

Absolutbeloppet är alltid positivt (+4)

Och $- \cdot - \Rightarrow +$ $+ \cdot +$ är ju positivt

x^4 är alltid positivt

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen saknar slutsats och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 E_R)

Hon har fel för $|1-4|=4$ och $x^4 > 0$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett exempel på ett enkelt godtagbart resonemang. Trots att lösningen inte behandlar fallet då $x = 0$ ges lösningen en resonemangs-poäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 14.3 (1 E_R)

Nej!!! då $|1-4|=4$ o x^4 ej kan bli negativt t.ex. $-2^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett exempel på ett enkelt godtagbart resonemang. Trots att parentes saknas i beräkningen på rad två ges lösningen nätt och jämnt resonemangs-poängen på E-nivå.

Uppgift 15**Elevlösningsexempel 15.1 (2 C_P)**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-0,5} \quad F(9) = 10$$

$$F(x) = \frac{x^{0,5}}{0,5} = 2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{9} + 4 = 10$$

$$\text{Svar } F(x) = 2\sqrt{x} + 4$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges den primitiva funktionen utan konstanten C , däremot införs C implicit senare i beräkningarna och ett korrekt svar anges. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för två procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (0 poäng)

$$C \quad x^2 + (y+1)^2 = 1$$

$$H \quad x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

$$(0, -1) \rightarrow 0^2 + (-1 - \sqrt[3]{0^2})^2 = 0 + 1 = 1$$

Svaret är Ja!

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår det inte att $(0, -1)$ är cirkelns medelpunkt. Det framgår inte heller att hjärtats spets sammanfaller med cirkelns medelpunkt eftersom jämförelse mellan vänsterled och högerled i hjärtats ekvation saknas. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 C_R)

$$\text{Hjärtats ekv: } x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

$$\text{Cirkelns ekv: } x^2 + (y+1)^2 = 1$$

$$\text{Cirkelns mitt } (x-0)^2 + (y-(-1))^2 = 1$$

$\swarrow$
 $(0, -1)$

Jag sätter in koordinaterna i hjärtats ekv

$$x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

$$0 + ((-1) - \sqrt[3]{0^2})^2 = 1$$

$$(-1 - 0)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

Svar:

Ja, de sammanfaller

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår det att koordinaterna $(0, -1)$ motsvarar cirkelns medelpunkt. För att visa att hjärtats spets sammanfaller med cirkelns medelpunkt används hjärtats ekvation. Visserligen finns formella brister då detta visas men resonemanget anses ändå tillräcklig för att nått och jämnt uppnå kraven för två resonemangs-poäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (2 C_R)

Cirkeln har medelpunkten $(0, -1)$

Kollar om $(0, -1)$ finns på hjärtat

$$VL = x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 0^2 + (-1 - \sqrt[3]{0^2})^2 \\ = 0 + (-1)^2 = 1$$

$$HL = 1$$

Ja, medelpunkten ligger på hjärtats spets

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang där det framgår att cirkelns medelpunkt sammanfaller med hjärtats spets. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (1 C_B, 1 A_P, 1 A_B och 1 A_K)

Derivatans def. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

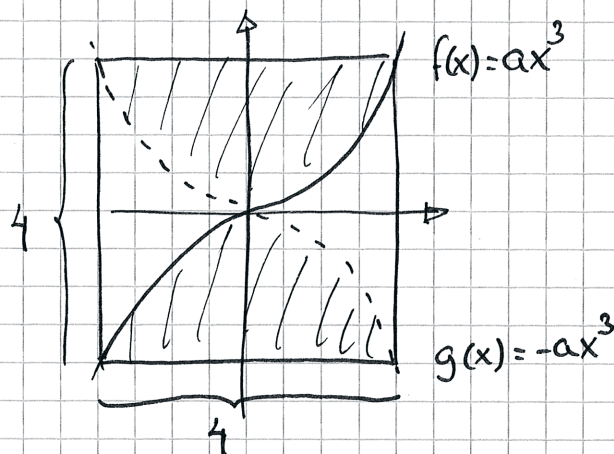
$$f(x) = \frac{1}{ax}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{a(x+h)} - \frac{1}{ax}}{h} = \frac{\frac{ax - a(x+h)}{ax \cdot a(x+h)}}{h} =$$

$$= \frac{\frac{-ah}{a^2x(x+h)}}{h} = \frac{-1}{ax(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{ax^2 + axh} = \frac{-1}{ax^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begrepps-poäng på C-nivå samt en procedur- och en begrepps-poäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas "lim" ibland men vid inledningen på tredje raden och vid gränsvärdesbestämningen på fjärde raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen anses därmed nått och jämnt uppfylla kraven för kommunikations-poäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (1 A_{PL})

$$\int_0^2 ax^3 dx = \left[\frac{ax^4}{4} \right]_0^2 = \frac{a \cdot 2^4}{4} - 0 = 4a$$

$$4 \text{ vita områden } 4 \cdot 4a = 16a$$

$$\text{Total area av hela kvadraten} = 4 \cdot 4 = 16$$

$$\text{Grått område: } 16 - 16a$$

$$\text{Andel grått: } \frac{16 - 16a}{16} = 1 - a$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett generellt uttryck för andelen gråmarkerat område men eftersom den totala arean av kvadraten inte bestäms i generell form kan inte den efterfrågade andelen beräknas. Elevlösningen anses som helhet motsvara en godtagbar ansats och ges därmed den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (2 A_{PL})

$$y = ax^3$$

Punkterna $(-2, 2)$ ligger på funktionen $y_1 = -ax^3$
 $(2, -2)$

$$2 = a \cdot (-2)^3$$

$$2 = -8 \cdot a$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y_1 = -\frac{x^3}{4}$$

$$y_2 = \frac{x^3}{4}$$

Vitmarkerat område $4 \left(\int_0^2 \frac{x^3}{4} dx \right) = 4 \cdot \left[\frac{x^4}{4 \cdot 4} \right]_0^2 =$

$$4 \left(\frac{2^4}{16} - 0 \right) = 4 \cdot 1 = 4$$

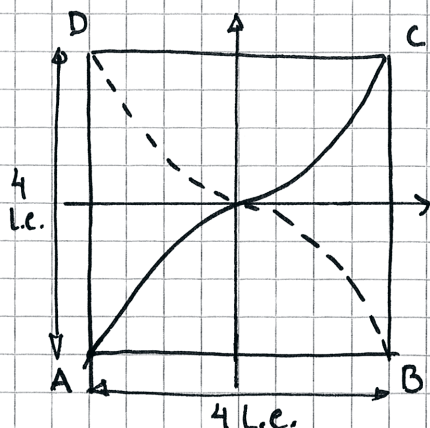
Gråmarkerat område: $4 \cdot 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

Andel $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Svar Den utgör $\frac{3}{4}$ av hela kvadraten

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av funktionen y_1 . Hänvisning till symmetri saknas och därför saknas grund till varför $y_2 = -y_1$ och varför den totala arean på det vita området fås genom multiplikation med fyra. Sammantaget ges lösningen två problemlösningsspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (3 APL)



Kurvan med heldragen linje: $y = ax^3$

Streckad linje: $y = bx^3$

$y = ax^3$: Tre punkter på kurvan $(0,0)$ $(-2,-2)$ $(2,2)$

$$a(-2)^3 = -8a = -2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

$y = bx^3$: Punkter på kurvan $(0,0)$, $(2,-2)$ $(-2,2)$

$$b \cdot 2^3 = 8b = -2 \Rightarrow b = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

De två tredjegradskurvorna är $y = -\frac{x^3}{4}$ och $y = \frac{x^3}{4}$

Den vita arean är lika stor under som över x -axeln.

Den vita arean kan beskrivas enligt följande:

$$2 \cdot \left(\int_{-2}^0 -\frac{x^3}{4} dx + \int_0^2 \frac{x^3}{4} dx \right) \text{ a.e.}$$

$$\Rightarrow \text{vit} \quad 2 \cdot \left(\int_{-2}^0 -\frac{x^3}{4} dx + \int_0^2 \frac{x^3}{4} dx \right) = 2 \cdot \left(\left[-\frac{x^4}{16} \right]_{-2}^0 + \left[\frac{x^4}{16} \right]_0^2 \right) =$$

$$2 \cdot \left(\left(0 - \left(-\frac{(-2)^4}{16} \right) \right) + \left(\frac{2^4}{16} - 0 \right) \right) = 2 \cdot (0 + 1 + 1 - 0) = 4 \text{ a.e.}$$

Kvadratens totala area: $4^2 = 16 \text{ a.e.}$

$\Rightarrow$ Skuggade områdets area: $16 - 4 = 12 \text{ a.e.}$

Andel skuggade områden: $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

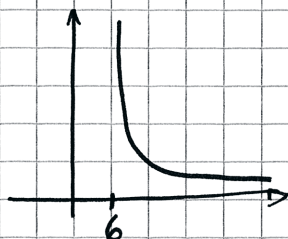
Svar: De gråmarkerade områdena utgör $\frac{3}{4}$ av kvadratens totala area.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekta bestämningar av respektive funktionsuttryck för de båda kurvorna. I lösningen kommenteras att "Den vita arean är lika stor under som över x -axeln" som tillsammans med bestämningen av de två funktionsuttrycken nätt och jämnt anses vara en godtagbar hänvisning till symmetri. I övrigt är lösningen godtagbar med korrekt svar. Sammantaget ges tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (1 E_R)

Sofia har fel eftersom att x -värdet
aldrig när 6, den snuddar ifrån
6:an



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang som beskriver att funktionen inte är definierad för $x = 6$ även om det inte anges explicit. Lösningen bedöms nätt och jämt uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 20.2 (1 E_R)

$f(6) = \frac{5}{6}$ Svaret är odefinierat, hon har fel.

Elevlösningsexempel 20.3 (1 E_R)

När $x=6$ är inte y bestämt
eftersom att grafen är diskont-
nuerlig, vilket betyder att y är ej
bestämt när $x=6$; så nej hon har inte rätt

Elevlösningsexempel 20.4 (1 E_R)

Nej, x kommer aldrig bli 6. Man kan inte dela
något med noll

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösning 2–4 visar exempel på godtagbara enkla resonemang som uppfyller kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 21c

Elevlösningsexempel 21c.1 (1 E_M)

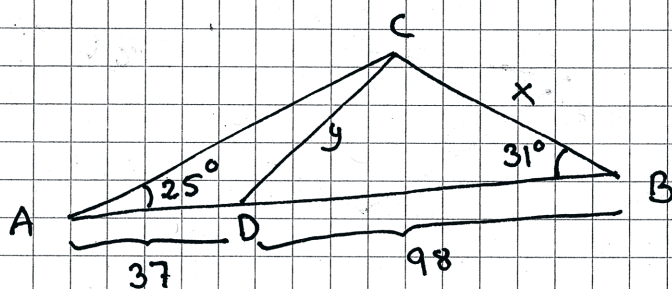
$$V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$$

$$4x^3 - 120x^2 + 900x = 1000$$

Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en uppställd ekvation som anses motsvara en godtagbar ansats. Motivering till varför antalet möjliga lådor saknas och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. Elevlösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Sinussatsen

$$\frac{\sin 124}{135} = \frac{\sin 25}{x}$$

$$x = 68,8$$

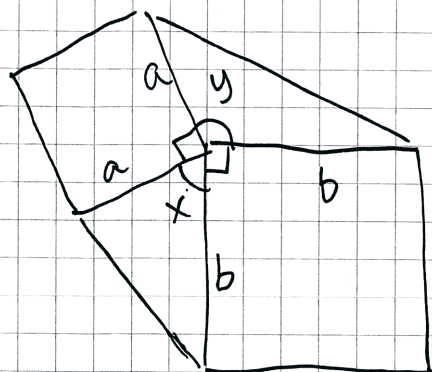
cos. satsen

$$y^2 = 98^2 + 68,8^2 - 2 \cdot 98 \cdot 68,8 \cos 31$$

$$y = 52,7 \quad \text{Svar } 53 \text{ cm}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt och behandlar uppgiften i sin helhet vilket ger två problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen något kortfattad. Exempelvis framgår inte hur vinkeln 124° beräknats och var den är belägen. Gradtecken saknas på några ställen i lösningen men använda satser anges. Sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 A_R)

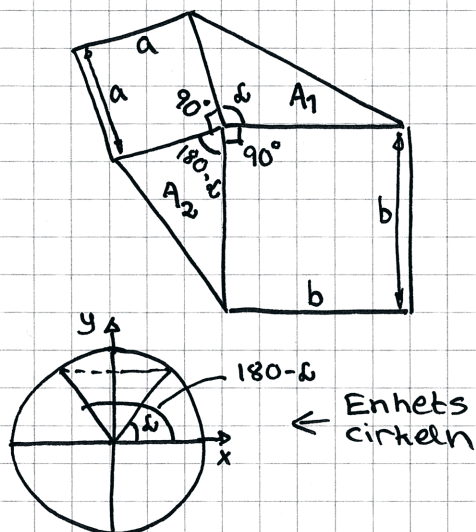
$$\Delta y = 360 - 90 - 90 - x = 180 - x$$

$$\sin(180 - x) = \sin x$$

$$A = \frac{ab \cdot \sin x}{2} = \frac{ab \sin(180 - x)}{2}$$

V.S.B

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är mycket kortfattad men innehåller det nödvändigaste för att beviset ska vara hållbart, t.ex. hänvisas till sambandet $\sin(180^\circ - v) = \sin v$. Elevlösningen ges därmed nätt och jämnt två resonemangspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas hänvisning till areasatsen. Dessutom är kopplingen mellan figuren och de areor som tecknats på sista raden otydlig. Gradtecken saknas genomgående. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 A_R och 1 A_K)

a = sida på kvadrat 1

b = sida på kvadrat 2

Areasatsen

$$A_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin d}{2}$$

$$A_2 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(180 - d)}{2}$$

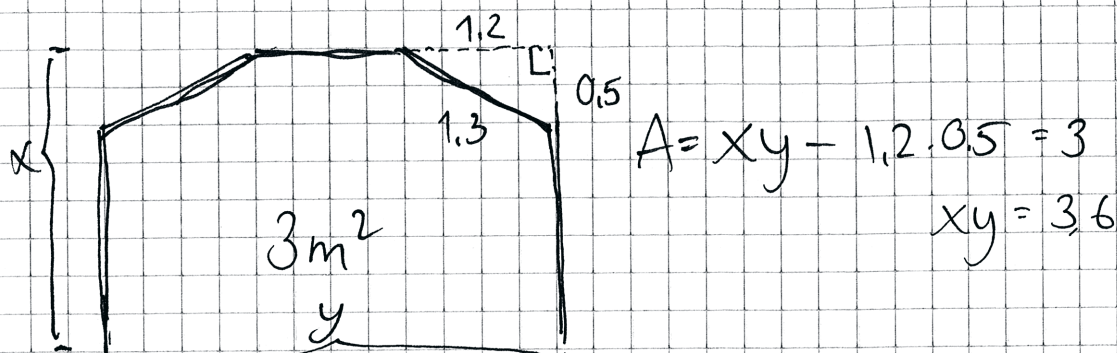
alltså vinkeln d och $(180 - d)$
har samma sinusvärde

$$\frac{ab \sin d}{2} = \frac{ab \sin(180 - d)}{2} = A_1 = A_2$$

V.S.V

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt. När det gäller kommunikation saknas gradtecken på vissa ställen men lösningen är lätt att följa och förstå eftersom bevisets bärande delar förklaras och kopplingen mellan figur och areor är tydlig. Elevlösningen ges två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (3 A_M och 1 A_K)

$$L = 2x + 2 \cdot 1.3 + y - 2 \cdot 1.2 - 1$$

$$L = 2x + y - 0.8$$

$$L = 2x + \frac{3.6}{x} - 0.8$$



$$x = 1,34163... \quad y = 4,56656...$$

Grafritaren
 leder min

$$\underline{\underline{x \approx 1,3 \text{ m}}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation definieras inte A och L på ett tydligt sätt och redovisningen av hur funktionsuttrycket framtagits och hur det digitala verktyget använts är något kortfattad. Koordinaterna under grafen visar indirekt att ett minimum är funnet och verifierat. Lösningen är för övrigt välstrukturerad samt lätt att följa och förstå. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för tre modelleringspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.