

Delprov B	Uppgift 1–10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11–18. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 23 E-, 23 C- och 18 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 33 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 51 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

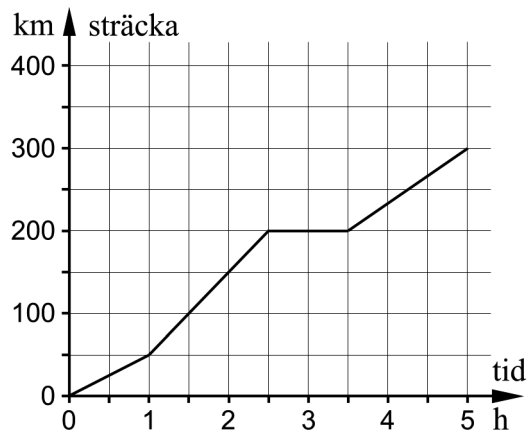
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

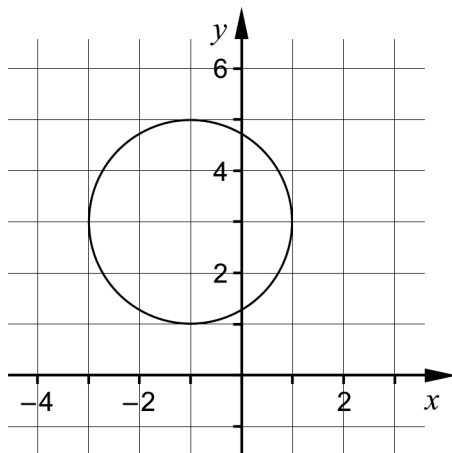
1. En bil kör längs en väg. Diagrammet visar den sträcka bilen kör som funktion av tiden.



Bestäm bilens medelhastighet i intervallet $0 \leq t \leq 5$

_____ km/h (1/0/0)

2. Cirkeln i figuren har ekvationen $(x+1)^2 + (y-A)^2 = 4$ där A är en konstant.



Bestäm A .

_____ (1/0/0)

3. För funktionen f gäller att $f(x) = e^{4x}$

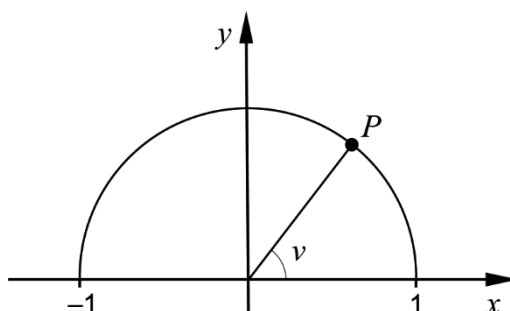
a) Bestäm ett närmevärde till $f(0,25)$

Svara med en decimal. $f(0,25) \approx$ _____ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(x)$

$f'(x) =$ _____ (1/0/0)

4. Figuren visar en del av en enhetscirkel. Punkten P har koordinaterna $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$



Alternativen A–H visar olika värden.

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| A. $\frac{4}{3}$ | B. $\frac{3}{4}$ | C. $\frac{3}{5}$ | D. $\frac{5}{3}$ |
| E. $\frac{4}{5}$ | F. $\frac{5}{4}$ | G. 1 | H. -1 |

a) Vilket av alternativen A–H visar värdet för $\sin v$?

_____ (1/0/0)

b) Vilket av alternativen A–H visar värdet för $\tan v$?

_____ (1/0/0)

5. För funktionerna f och g gäller att

- f och g är två *olika* polynomfunktioner av tredje graden,
- $f'(x) = g'(x)$ för alla x .

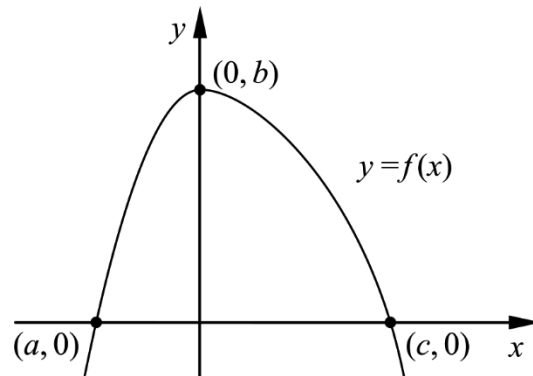
Ge exempel på $f(x)$ och $g(x)$.

$f(x) =$ _____ och $g(x) =$ _____ (0/1/0)

6. För funktionen h gäller att $h'(x) = 3h(x)$ för alla x .
Ge ett exempel på $h(x)$ om $h(x) \neq 0$

$h(x) =$ _____ (0/1/0)

7. Figuren visar grafen till funktionen f och tre punkter som ligger på grafen.



Ett av alternativen A–F visar en integral som kan användas för att bestämma arean av det område som begränsas av de båda positiva koordinataxlarna och grafen till f . Vilket?

A. $\int_a^b f(x) dx$

D. $\int_a^c f(x) dx$

B. $\int_0^b f(x) dx$

E. $\int_a^0 f(x) dx$

C. $\int_b^c f(x) dx$

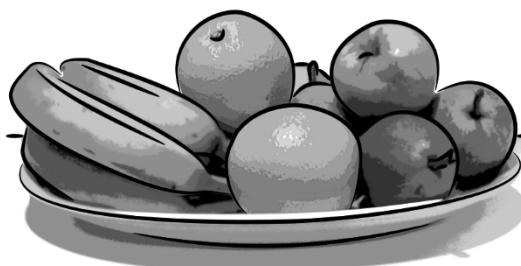
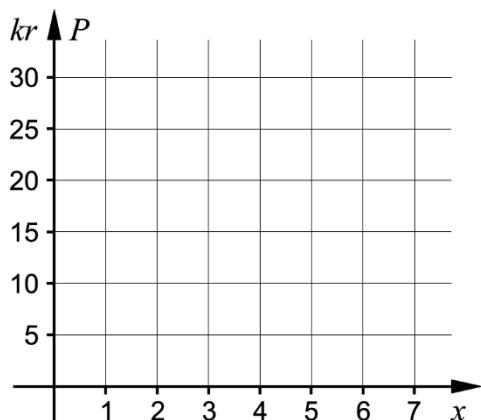
F. $\int_0^c f(x) dx$

_____ (0/1/0)

8. I Centralskolans cafeteria kostar frukt 5 kr per styck. När en elev handlar kan det totala priset P kr beskrivas som en funktion av antalet frukter x .

Rita funktionens graf i intervallet $1 \leq x \leq 4$ i koordinatsystemet.

(0/1/0)



9. Förenkla så långt som möjligt.

a) $\frac{x}{(x-5)(5+x)} + \frac{5}{(5+x)(x-5)}$

_____ (0/1/0)

b) $\frac{(x-1)^{13} + (x-1)^{12}}{x}$

_____ (0/0/1)

10. För vilka vinklar v i intervallet $0^\circ \leq v < 360^\circ$ gäller att $\sin v \geq \cos v$?

_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Jättepandan lever i Kinas sydvästra bambuskogar.



Pandans vikt $V(x)$ under de första fyra åren kan beskrivas med funktionen

$$V(x) = -5x^2 + 40x + 0,1$$

där $V(x)$ är vikten i kg och x är tiden i år efter pandans födelse.

Två år efter födelsen ökar pandans vikt med hastigheten $V'(2)$ kg/år.

Bestäm $V'(2)$.

(1/0/0)

12. För funktionen f gäller att $f(x) = 2x^3 - 24x$

Använd derivata och bestäm koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter för funktionens graf.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt.

(3/1/0)

13. Beräkna algebraiskt

a) $\int_1^2 (3x^2 + 5) dx$

(2/0/0)

b) $\int_{-4}^{-2} \frac{4}{x^2} dx$

(0/2/0)

14. Anna påstår att uttrycket $|-4| + x^4$ kan bli negativt för vissa reella värden på x .

Har Anna rätt? Motivera ditt svar.

(1/0/0)

15. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

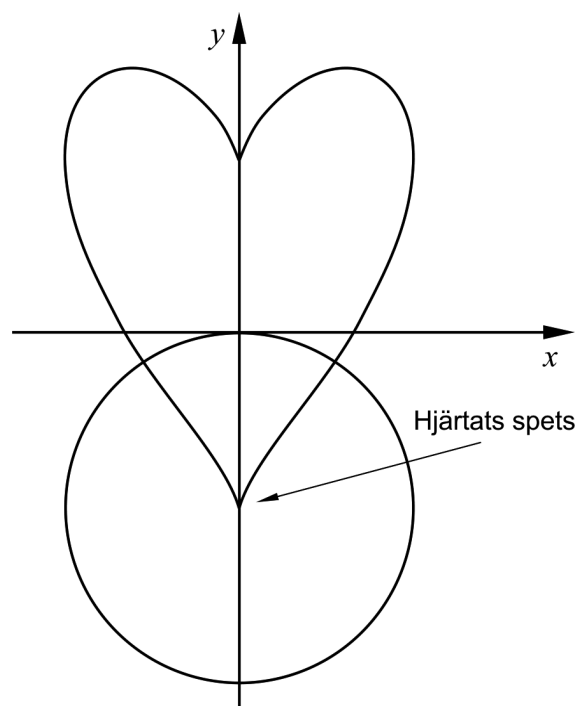
Bestäm den primitiva funktion F för vilken det gäller att $F(9) = 10$

(0/2/0)

16. I koordinatsystemet visas ett hjärta och en cirkel, som båda är symmetriska kring y -axeln.

Hjärtats ekvation: $x^2 + \left(y - \sqrt[3]{x^2}\right)^2 = 1$

Cirkelns ekvation: $x^2 + (y+1)^2 = 1$



Undersök om cirkelns medelpunkt sammanfaller med hjärtats spets.

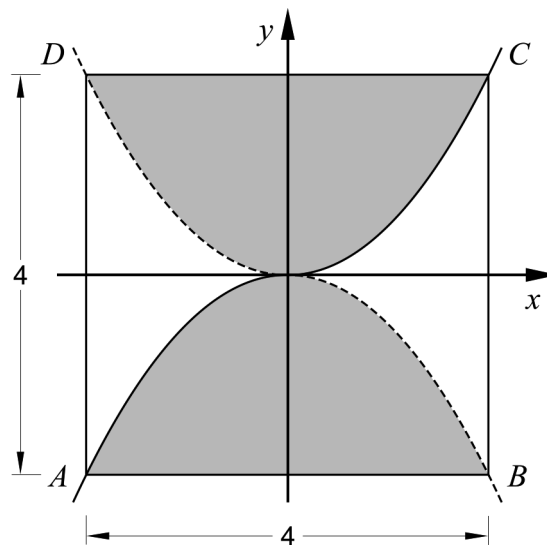
(0/2/0)

17. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{1}{ax}$ där a är en konstant.

Bestäm $f'(x)$ med hjälp av derivatans definition.

(0/1/3)

18. Figuren visar ett koordinatsystem med två tredjegradskurvor (en heldragen och en streckad) på formen $y = ax^3$. Figuren visar även en kvadrat $ABCD$ med sidan 4 längdenheter. Kvadraten mitt ligger i origo.



Tredjegradskurvorna delar kvadraten i fyra områden, två vitmarkerade och två gråmarkerade områden.

Beräkna hur stor andel den sammanlagda arean av de gråmarkerade områdena utgör av kvadraten $ABCD$ s area.

(0/0/3)

Delprov D	Uppgift 19–26. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 23 E-, 23 C- och 18 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 33 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 51 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

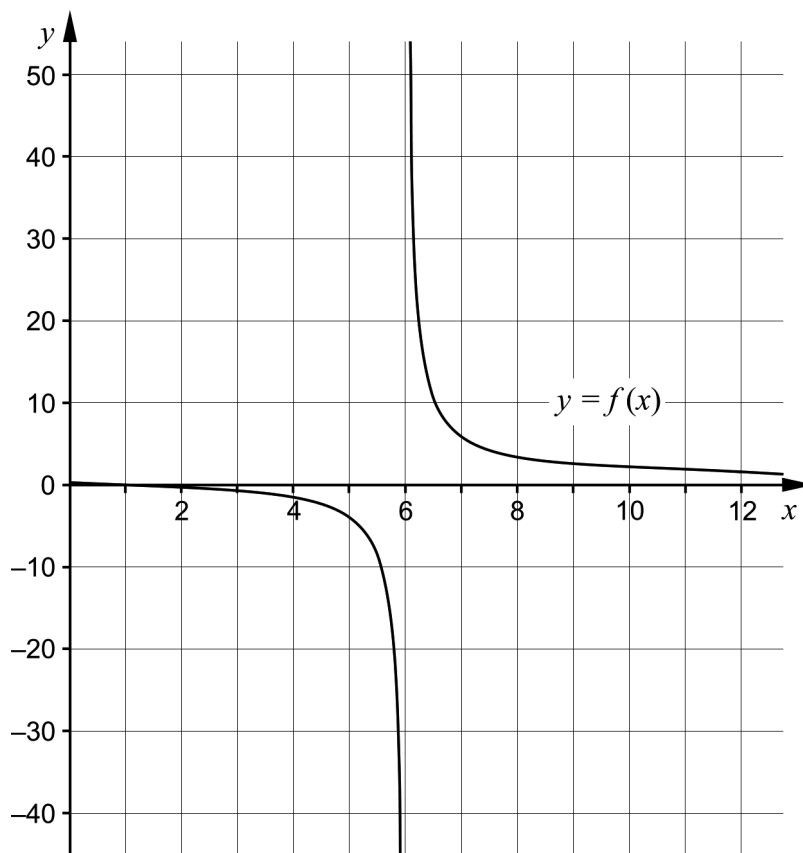
Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

19. Låt $f(x) = x^2 - 24x$

Bestäm värdet på a så att $f'(a) = 17$

(2/0/0)

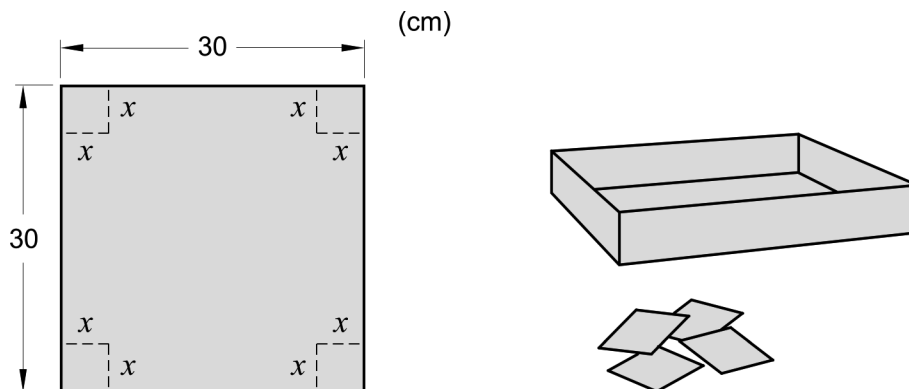
20. Sofia ritat upp grafen till $f(x) = \frac{x-1}{x-6}$, se figur.



Sofia påstår att: "Största värdet nås när $x = 6$ "
Har hon rätt? Motivera ditt svar.

(1/0/0)

21. Kajsa har kvadratiske pappersark med sidan 30 cm. Hon tänker klippa bort en kvadratisk bit i varje hörn och sedan vika ihop pappersarken till lådor utan lock.

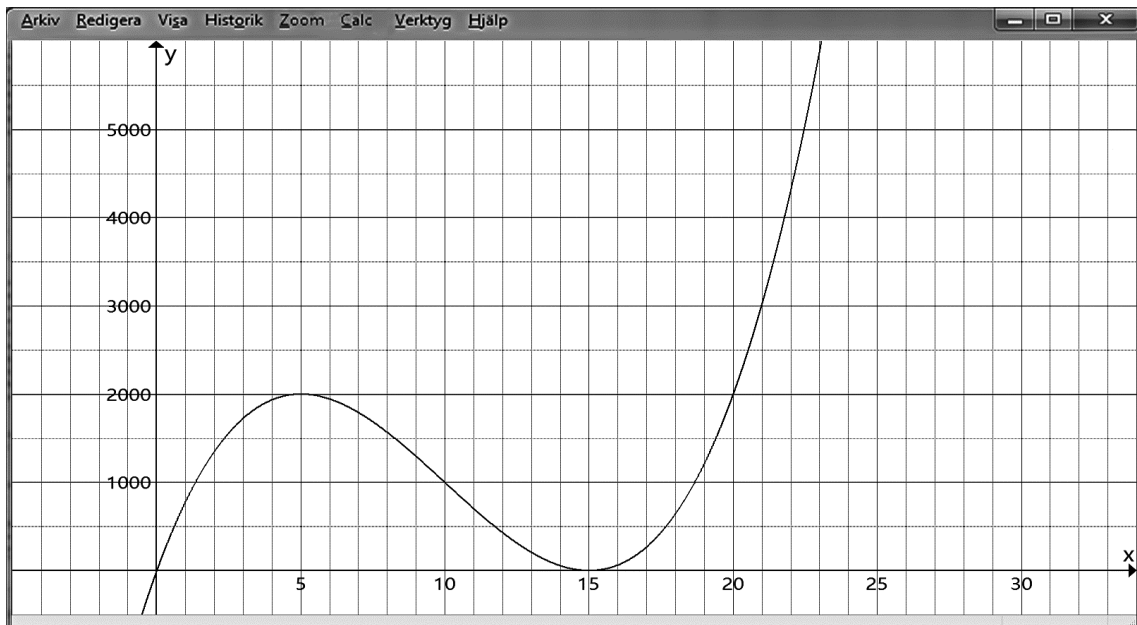


Kajsa antar att de kvadratiske bitarna har sidlängden x cm.

Varje lådas volym $V(x)$ cm³ bestäms då av sambandet

$$V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$$

Kajsa ritar upp grafen till V på sin dator:



Besvara frågorna med hjälp av lämpliga avläsningar i figuren.

- Bestäm sidlängden x cm för den låda som har den största volymen.
Endast svar krävs (1/0/0)
- Bestäm bottenytans area för den låda som har den största volymen. (0/1/0)
- Hur många *olika* lådor med volymen 1000 cm³ kan Kajsa vika?
Motivera ditt svar. (1/1/0)

22. En viss tv i 4K-format kostar idag 33 700 kr men den minskar snabbt i värde. Värdet av tv:n kan beskrivas med modellen $V(t) = 33\,700 e^{-0,0348t}$ där $V(t)$ är värdet av tv:n i kronor och t är tiden i månader efter inköpet.

- a) Efter en viss tid är tv:n värd 20 000 kr. Bestäm hur många månader som då gått efter inköpet.

(2/0/0)

Det är möjligt att köpa denna tv på avbetalning, vilket inklusive ränta och andra avgifter innebär en kostnad av 488 kronor per månad under 72 månader.

- b) Ett visst antal månader efter inköpet är tv:ns värde lika stort som summan av de då gjorda inbetalningarna. Utgå från modellen och bestäm när detta sker.

(0/2/0)

23. Elliot vill bestämma $f'(2)$ då $f(x) = \sqrt{x^3 + 5}$

Eftersom han inte lärt sig derivera $f(x) = \sqrt{x^3 + 5}$ kan han inte lösa uppgiften genom att beräkna $f'(2)$ algebraiskt. Han bestämmer istället ett närmevärde till derivatan genom att beräkna ändringskvoten

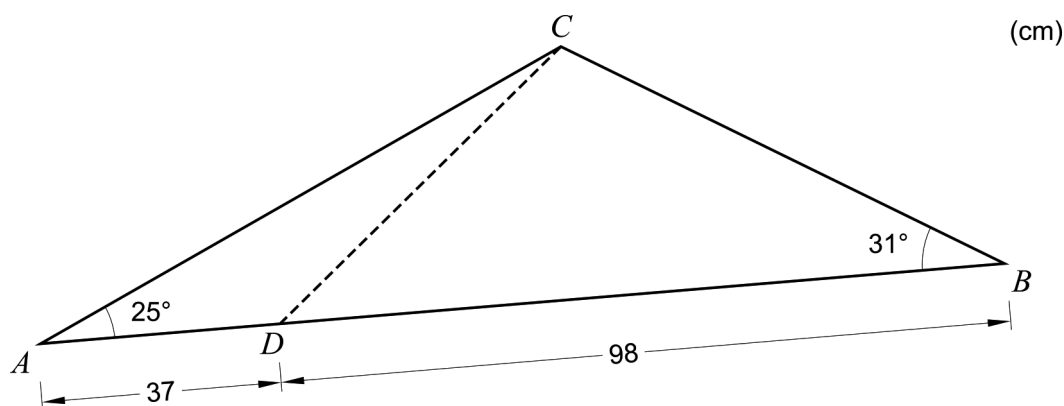
$$\frac{\sqrt{2,5^3 + 5} - \sqrt{1,5^3 + 5}}{2,5 - 1,5}$$

Ställ upp och beräkna en ny ändringskvot som ger ett *bättre* närmevärde till $f'(2)$.

(0/2/0)

24. Beräkna sträckan CD i triangeln ABC .

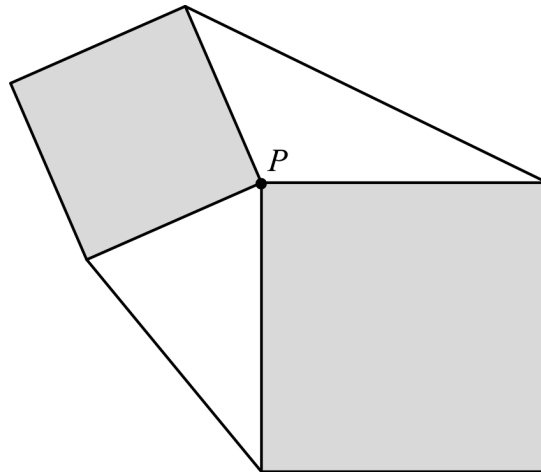
(0/3/0)



25. Två olika stora kvadrater placeras enligt följande villkor:

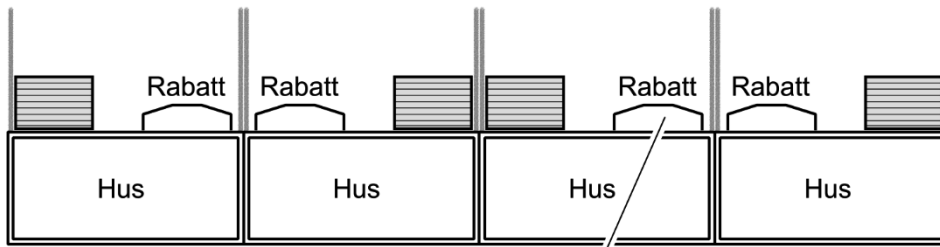
- Kvadraterna ska ha var sitt hörn i samma punkt P .
- Kvadraterna ska inte ha några andra gemensamma punkter.

Mellan kvadraternas hörn dras två linjer så att två trianglar bildas utanför kvadraterna. Figuren nedan visar *ett* exempel på hur det kan se ut.

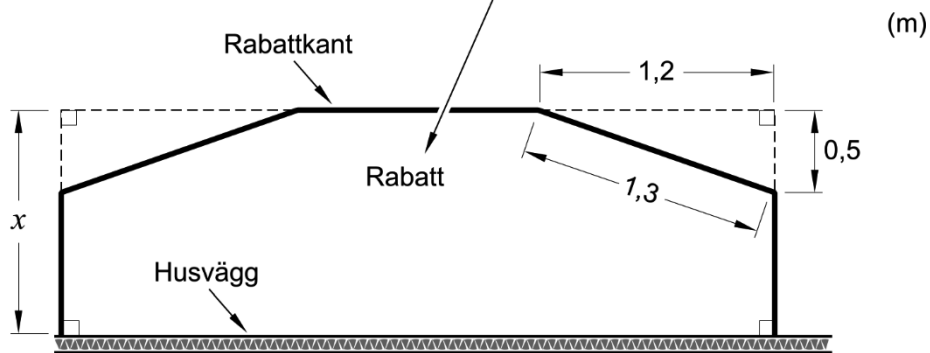


Bevisa att den ena triangeln alltid har lika stor area som den andra triangeln. (0/0/3)

26. En trädgårdsarkitekt har fått i uppdrag av en byggfirma att ge förslag på hur rabatterna i ett radhusområde ska utformas. Trädgårdsarkitekten tänker sig att rabatterna placeras enligt figur 1.



Figur 1. Radhusområde, sett från ovan.



Figur 2. Rabatt, sett från ovan.

Arkitekten tänker utforma varje rabatt så att en sida utgörs av en husvägg. Längs de andra fem sidorna ska en tunn rabattkant i plåt sättas. De snedställda rabattkanterna ska ha längden 1,3 m och vinklas enligt figur 2 ovan. Varje rabatt ska ha arean 3 m^2 .

Byggfirman önskar minimera kostnaden och vill därför att rabattkantens totala längd ska vara så kort som möjligt. Bestäm vilken bredd x som trädgårdsarkitekten ska föreslå för att uppfylla byggfirmans önskemål.

(0/0/4)

Till eleven – information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater, din lärare och ditt läromedel när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan "Hur?" och en förklaring svarar på frågan "Varför?". Du beskriver något när du till exempel berättar hur du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar varför du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel "exponent", "funktion" och "graf".

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses "x upphöjt till 2" eller "x i kvadrat".

Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses "pi" och "f av x".

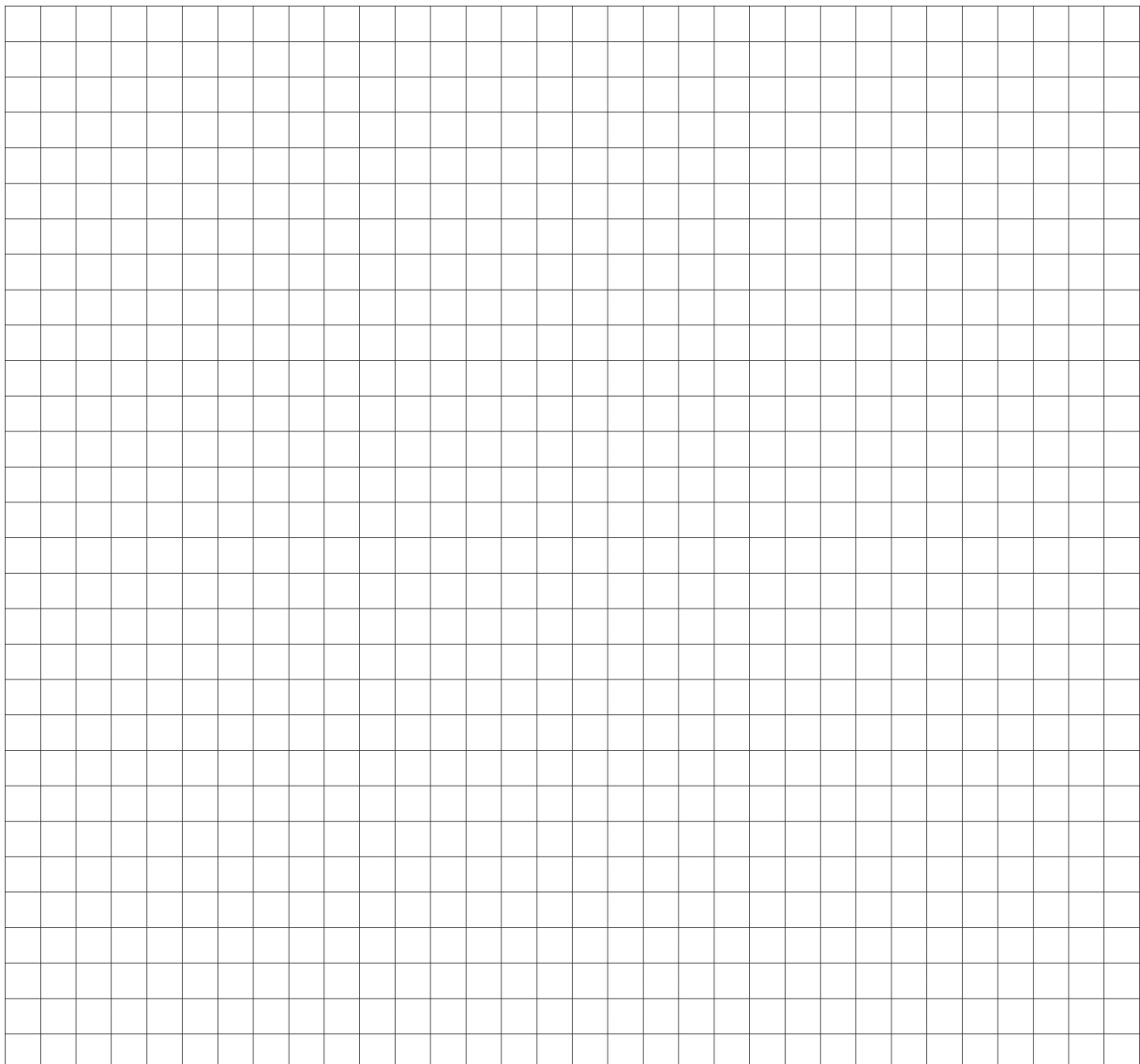
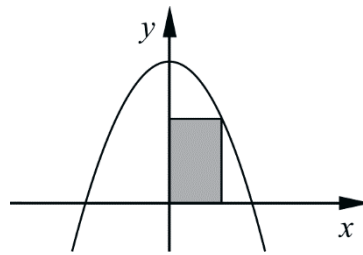
Uppgift 1

Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En rektangel har ett hörn i origo, ett hörn på kurvan $y = 5,88 - x^2$ och de övriga hörnen på de positiva koordinataxlarna. Beräkna rektangelns maximala area.



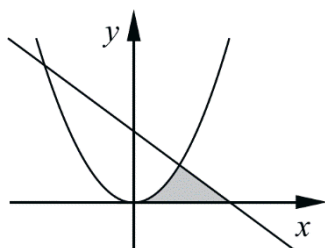
Uppgift 2

Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Ett område begränsas av kurvan $y = x^2$, linjen $y = 6 - x$ och den positiva x -axeln. Beräkna områdets area.



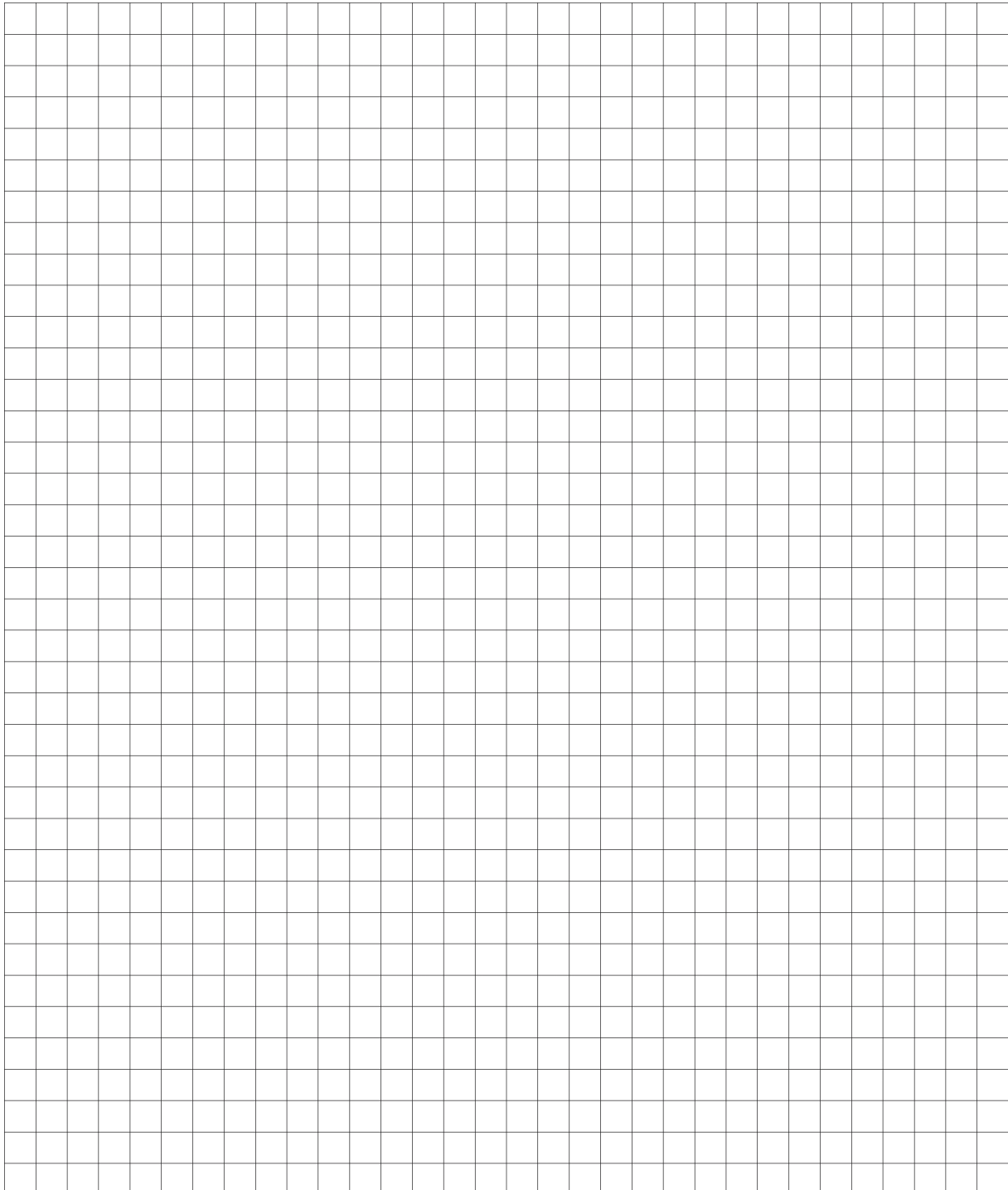
Uppgift 3

Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En triangel har två sidor med längderna 15 cm och 33 cm. Mellanliggande vinkel är 42° . Beräkna de övriga vinklarna och den tredje sidan i triangeln.



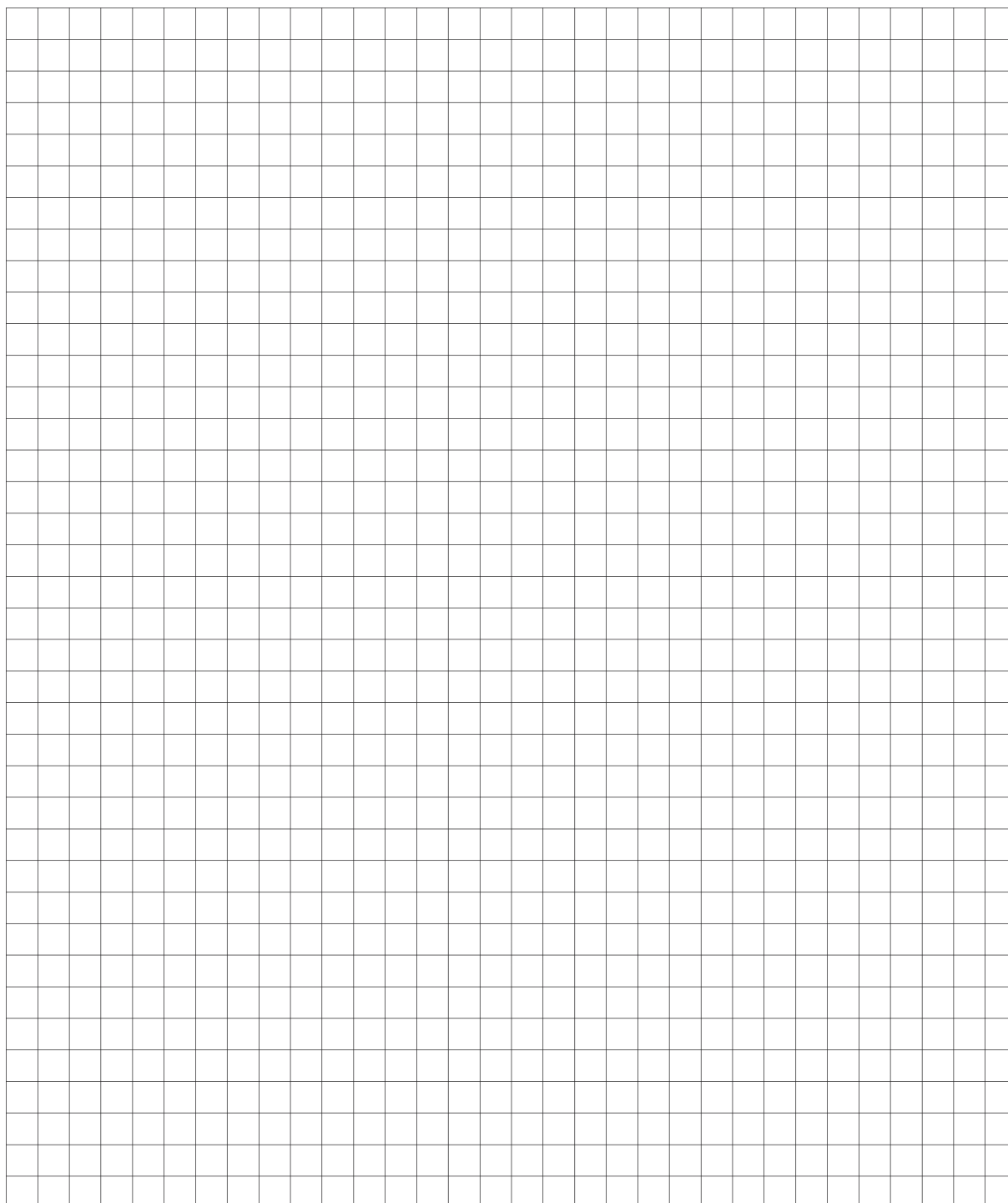
Uppgift 4

Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I den punkt där kurvan $y = x^3 - 6,25x$ skär negativa x -axeln har kurvan en tangent. Bestäm tangentens ekvation.



Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehållsförteckning

Inledning.....	3
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3c	4
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	4
Bedömningsmodeller.....	4
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga.....	5
2. Bedömningsanvisningar.....	7
Läsanvisning.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov C	8
Instruktioner för bedömning av delprov D.....	11
3. Exempel på bedömda elevlösningar	14
Uppgift 12	14
Uppgift 14	15
Uppgift 15	16
Uppgift 16	17
Uppgift 17	18
Uppgift 18	19
Uppgift 20	22
Uppgift 21c	23
Uppgift 24	23
Uppgift 25	24
Uppgift 26	25
4. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg.....	26
Sammanvägning till ett provbetyg i samband med provet i matematik 3c.....	26
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	26
5. Kopieringsunderlag och webbmateriäl	27
Övrigt webbmateriäl.....	27
Sammanställning av elevresultat	28
Provsammanställning – Centralt innehåll	29
Centralt innehåll Matematik 3c.....	30

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3c. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmateriäl (kapitel 5).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3c

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E_p

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...) +1 E_p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _p
med korrekt bestämning av...	+1 E _p
Godtagbar verifiering av...	+1 E _p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ... 1 E _R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ... 1 E _R och 1 C _R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ... 1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, f(x), f'(x), f''(x), x, y, (), [], \int dx$, bråkstreck, index, lim, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. absolutbelopp, cirkel, enhetscirkel, polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andrags-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, cirkelns ekvation, enhetscirkeln, areasatsen, cosinussatsen, sinussatsen, definitionen för sinus
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (60 km/h) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (3) +1 E_B

3. **Max 2/0/0**
 - a) Godtagbart svar ($f(0,25) \approx 2,7$) +1 E_B
Kommentar: Även svar med fler än en decimal ges poäng om svaret ligger i intervallet $2,7 \leq f(0,25) < 2,75$.
 - b) Korrekt svar ($f'(x) = 4e^{4x}$) +1 E_P

4. **Max 2/0/0**
 - a) Korrekt svar (E: $\frac{4}{5}$) +1 E_B
 - b) Korrekt svar (A: $\frac{4}{3}$) +1 E_B

5. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (t.ex. $f(x) = x^3 + 2$ och $g(x) = x^3 + 4$) +1 C_B

6. Max 0/1/0

Korrekt svar (t.ex. $h(x) = e^{3x}$) +1 C_B

7. Max 0/1/0

Korrekt svar $\left(F : \int_0^c f(x) dx \right)$ +1 C_B

8. Max 0/1/0

Godtagbart ritad graf
(Endast markering av punkterna (1,5), (2,10), (3,15) och (4,20)) +1 C_B

9. Max 0/1/1

a) Korrekt svar $\left(\frac{1}{x-5} \right)$ +1 C_P

b) Korrekt svar $((x-1)^{12})$ +1 A_P

10. Max 0/0/1

Korrekt svar $(45^\circ \leq v \leq 225^\circ)$ +1 A_B

Kommentar: Även svaret $45 \leq v \leq 225$ anses godtagbart.

Instruktioner för bedömning av delprov C

11. Max 1/0/0

Godtagbar lösning med korrekt svar (20) +1 E_P

12. Max 3/1/0

Godtagbar ansats, t.ex. korrekt bestämning av derivatans nollställen,
 $x_1 = -2$ och $x_2 = 2$ +1 E_P

med korrekt bestämning av extrempunkternas koordinater
 $(-2, 32)$ och $(2, -32)$ +1 E_P

Godtagbar verifiering av extrempunkternas karaktär
 (maximipunkt $(-2, 32)$ och minimipunkt $(2, -32)$) +1 E_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

**13. Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1) +1 C_P

14. Max 1/0/0

Godtagbart enkelt resonemang, som inkluderar att $|-4| > 0$ och $x^4 \geq 0$ eller
 motsvarande, med slutsatsen att Anna har fel +1 E_R

Kommentar: Även ett resonemang som behandlar $x^4 > 0$ anses godtagbart.

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

**15. Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $F(x) = \frac{x^{0,5}}{0,5} + C$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x) = 2\sqrt{x} + 4$) +1 C_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



16.

Max 0/2/0

Godtagbar inledning till välgrundat resonemang,

inser att $(0, -1)$ är cirkelns medelpunkt och att $(0, -1)$ ska prövas i hjärtats ekvation

eller

inser att $x = 0$ ska sättas in i hjärtats ekvation och löser en ekvation som ger att $y = \pm 1$

+1 C_R

med i övrigt godtagbart slutfört välgrundat resonemang där det framgår att hjärtats spets sammanfaller med cirkelns medelpunkt

+1 C_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



17.

Max 0/1/3

Godtagbar ansats, korrekt tecknad ändringskvot, t.ex. $\frac{1}{a(x+h)} - \frac{1}{ax}$

+1 C_B

med godtagbar fortsättning, korrekt förenkling av ändringskvoten till en form där gränsvärdesbestämning kan göras, t.ex. $\frac{-1}{(x+h)ax}$

+1 A_P

med korrekt bestämning av derivatan, $f'(x) = \frac{-1}{ax^2}$

+1 A_B

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



18.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en av tredjegradsfunktionerna

t.ex. $y = \frac{x^3}{4}$

+1 A_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. beräknar arean för något vitt eller grått delområde

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive hänvisning till symmetri vid behov, med korrekt svar $(0,75)$

+1 A_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



Instruktioner för bedömning av delprov D

19. Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2a - 24 = 17$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a = 20,5$) +1 E_{PL}

Kommentar: Även en korrekt lösning där variabeln x används anses godtagbar.

20. Max 1/0/0

Godtagbart enkelt resonemang där det framgår att Sofia har fel,
baserat på att största värde saknas

eller

baserat på att funktionen inte är definierad då $x = 6$ +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



21. Max 2/2/0

a) Korrekt svar (5 cm) +1 E_M

Kommentar: Även ett svar utan enhet (5) godtas.

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (400 cm^2) +1 C_M

c) Godtagbar ansats, t.ex. ritar in linjen $y = 1000$ i skissen +1 E_M

med godtagbar motivering där det framgår att den tredje lösningen inte ger någon låda, med korrekt svar (2) +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 22.** **Max 2/2/0**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $20000 = 33\,700 e^{-0,0348t}$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (15 månader) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $488t = 33\,700 e^{-0,0348t}$ +1 C_M
 med i övrigt godtagbar grafisk/numerisk lösning med godtagbart svar (27 månader) +1 C_M
- 23.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, tecknar en lämplig ändringskvot, t.ex.
 $\frac{\sqrt{2,1^3+5}-\sqrt{1,9^3+5}}{2,1-1,9}$ (central) eller t.ex. $\frac{\sqrt{2,01^3+5}-\sqrt{2^3+5}}{2,01-2}$ (framåt) +1 C_B
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar i intervallet $1,648 \leq f'(2) \leq 1,680$ +1 C_P
- 24.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en sida med sinussatsen, t.ex. $CA \approx 83,9$ cm +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (53 cm) +1 C_{PL}
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar*
- 25.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar generell ansats, ansätter två sidor med olika längder och lämpliga vinklar samt använder areasatsen i två trianglar +1 A_R
 med i övrigt korrekt slutfört bevis inklusive hänvisning till sambandet $\sin v = \sin(180^\circ - v)$ +1 A_R
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K



26.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt funktion rabattkantens totala längd i två variabler, $L(x) = 2(x - 0,5) + (y - 2 \cdot 1,2) + 2 \cdot 1,3$

+1 A_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer funktionen i en variabel, t.ex.

$$L(x) = 2x - 0,8 + \frac{3,6}{x}$$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimum, med godtagbart svar (1,3 m)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5

+1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 Ep)

$$f(x) = 2x^3 - 24x$$

$$f'(x) = 6x^2 - 24$$

$$f'(x) = 0$$

$$6x^2 - 24 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2$$

$f'(x)$	-	-	0	+	+
x			2		

$$x=2; \quad f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 = 16 - 48 = -32$$

Funktionen har ett min i punkten $(2, -32)$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms endast ett av derivatans nollställen vilket förenklar uppgiftens komplexitet. Eftersom resterande del av uppgiften löses godtagbart anses elevlösningen som helhet motsvara kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges den första procedurpoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (3 E_P och 1 C_K)

$$f(x) = 2x^3 - 24x$$

$$f'(x) = 6x^2 - 24 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$x_1 = 2 \quad \text{och} \quad x_2 = -2$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2 = 16 - 48 = -32$$

$(-2, 32)$ Maxpunkt

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 24 \cdot (-2) = -16 + 48 = 32$$

$(2, -32)$ Minpunkt

x	-4	-2	0	2	4
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗	max	↘	min	↗

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive verifiering av extrempunkter. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att den är lite kortfattad, att det felaktiga skrivsättet " $f'(x) = 6x^2 - 24 = 0$ " används, att parenteser runt negativa tal saknas och att de beräkningar som ligger bakom teckenschemat inte redovisas. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$$|-4| + x^4$$

Absolutbeloppet är alltid positivt (+4)

Och $- \cdot - \Rightarrow +$ $+ \cdot +$ är ju positivt

x^4 är alltid positivt

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen saknar slutsats och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 E_R)

Hon har fel för $| -4 | = 4$ och $x^4 > 0$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett exempel på ett enkelt godtagbart resonemang. Trots att lösningen inte behandlar fallet då $x = 0$ ges lösningen en resonemangs-poäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 14.3 (1 E_R)

Nej!!! då $| -4 | = 4$ o x^4 ej kan bli negativt t.ex. $-2^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett exempel på ett enkelt godtagbart resonemang. Trots att parentes saknas i beräkningen på rad två ges lösningen nätt och jämnt resonemangs-poängen på E-nivå.

Uppgift 15**Elevlösningsexempel 15.1 (2 C_P)**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-0,5} \quad F(9) = 10$$

$$F(x) = \frac{x^{0,5}}{0,5} = 2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{9} + 4 = 10$$

$$\text{Svar } F(x) = 2\sqrt{x} + 4$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges den primitiva funktionen utan konstanten C , däremot införs C implicit senare i beräkningarna och ett korrekt svar anges. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för två procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (0 poäng)

$$C \quad x^2 + (y+1)^2 = 1$$

$$H \quad x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

$$(0, -1) \rightarrow 0^2 + (-1 - \sqrt[3]{0^2})^2 = 0 + 1 = 1$$

Svaret är Ja!

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår det inte att $(0, -1)$ är cirkelns medelpunkt. Det framgår inte heller att hjärtats spets sammanfaller med cirkelns medelpunkt eftersom jämförelse mellan vänsterled och högerled i hjärtats ekvation saknas. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 C_R)

$$\text{Hjärtats ekv: } x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

$$\text{Cirkelns ekv: } x^2 + (y+1)^2 = 1$$

$$\text{Cirkelns mitt } (x-0)^2 + (y-(-1))^2 = 1$$

$\swarrow$
 $(0, -1)$

Jag sätter in koordinaterna i hjärtats ekv

$$x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

$$0 + ((-1) - \sqrt[3]{0^2})^2 = 1$$

$$(-1 - 0)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

Svar:

Ja, de sammanfaller

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår det att koordinaterna $(0, -1)$ motsvarar cirkelns medelpunkt. För att visa att hjärtats spets sammanfaller med cirkelns medelpunkt används hjärtats ekvation. Visserligen finns formella brister då detta visas men resonemanget anses ändå tillräcklig för att nått och jämnt uppnå kraven för två resonemangs-poäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 16.3 (2 C_R)

Cirkeln har medelpunkten $(0, -1)$

Kollar om $(0, -1)$ finns på hjärtat

$$VL = x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 0^2 + (-1 - \sqrt[3]{0^2})^2 \\ = 0 + (-1)^2 = 1$$

$$HL = 1$$

Ja, medelpunkten ligger på hjärtats spets

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart resonemang där det framgår att cirkelns medelpunkt sammanfaller med hjärtats spets. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (1 C_B, 1 A_P, 1 A_B och 1 A_K)

Derivatans def. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

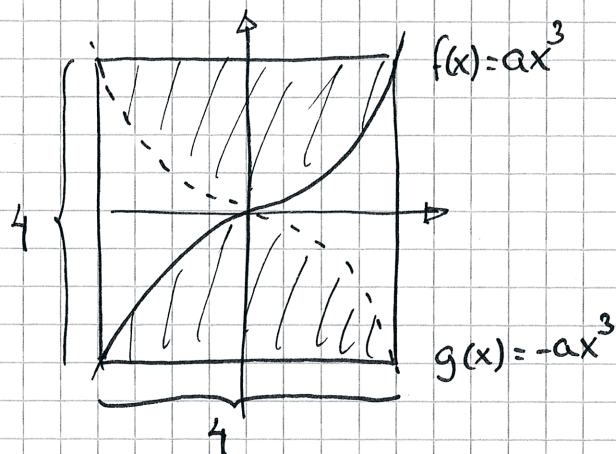
$$f(x) = \frac{1}{ax}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{a(x+h)} - \frac{1}{ax}}{h} = \frac{\frac{ax - a(x+h)}{ax \cdot a(x+h)}}{h} =$$

$$= \frac{\frac{-ah}{a^2x(x+h)}}{h} = \frac{-1}{ax(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{ax^2 + axh} = \frac{-1}{ax^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt härledning av derivatan, vilket motsvarar en begrepps-poäng på C-nivå samt en procedur- och en begrepps-poäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas "lim" ibland men vid inledningen på tredje raden och vid gränsvärdesbestämningen på fjärde raden är skrivsättet korrekt, vilket är väsentligt i denna uppgift. Lösningen anses därmed nått och jämnt uppfylla kraven för kommunikations-poäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (1 A_{PL})

$$\int_0^2 ax^3 dx = \left[\frac{ax^4}{4} \right]_0^2 = \frac{a \cdot 2^4}{4} - 0 = 4a$$

4 vita områden $4 \cdot 4a = 16a$

Total area av hela kvadraten: $4 \cdot 4 = 16$

Grått område: $16 - 16a$

Andel grått: $\frac{16 - 16a}{16} = 1 - a$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms ett generellt uttryck för andelen gråmarkerat område men eftersom den totala arean av kvadraten inte bestäms i generell form kan inte den efterfrågade andelen beräknas. Elevlösningen anses som helhet motsvara en godtagbar ansats och ges därmed den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (2 APL)

$$y = ax^3$$

Punkterna $(-2, 2)$ ligger på funktionen $y_1 = -ax^3$
 $(2, -2)$

$$2 = a \cdot (-2)^3$$

$$2 = -8 \cdot a$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y_1 = -\frac{x^3}{4}$$

$$y_2 = \frac{x^3}{4}$$

Vitmarkerat område $4 \left(\int_0^2 \frac{x^3}{4} dx \right) = 4 \cdot \left[\frac{x^4}{4 \cdot 4} \right]_0^2 =$

$$4 \left(\frac{2^4}{16} - 0 \right) = 4 \cdot 1 = 4$$

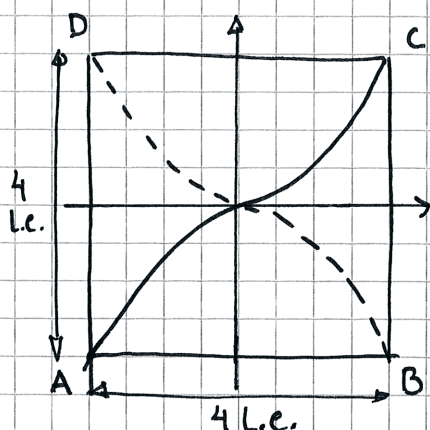
Gråmarkerat område: $4 \cdot 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

Andel $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

Svar Den utgör $\frac{3}{4}$ av hela kvadraten

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av funktionen y_1 . Hänvisning till symmetri saknas och därför saknas grund till varför $y_2 = -y_1$ och varför den totala arean på det vita området fås genom multiplikation med fyra. Sammantaget ges lösningen två problemlösningsspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (3 APL)



Kurvan med heldragen linje: $y = ax^3$

Streckad linje: $y = bx^3$

$y = ax^3$: Tre punkter på kurvan $(0,0)$ $(-2,-2)$ $(2,2)$

$$a(-2)^3 = -8a = -2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

$y = bx^3$: Punkter på kurvan $(0,0)$, $(2,-2)$ $(-2,2)$

$$b \cdot 2^3 = 8b = -2 \Rightarrow b = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

De två tredjegradskurvorna är $y = -\frac{x^3}{4}$ och $y = \frac{x^3}{4}$

Den vita arean är lika stor under som över x -axeln.

Den vita arean kan beskrivas enligt följande:

$$2 \cdot \left(\int_{-2}^0 -\frac{x^3}{4} dx + \int_0^2 \frac{x^3}{4} dx \right) \text{ a.e.}$$

$$\Rightarrow \text{vit} \quad 2 \cdot \left(\int_{-2}^0 -\frac{x^3}{4} dx + \int_0^2 \frac{x^3}{4} dx \right) = 2 \cdot \left(\left[-\frac{x^4}{16} \right]_{-2}^0 + \left[\frac{x^4}{16} \right]_0^2 \right) =$$

$$2 \cdot \left(\left(0 - \left(-\frac{(-2)^4}{16} \right) \right) + \left(\frac{2^4}{16} - 0 \right) \right) = 2 \cdot (0 + 1 + 1 - 0) = 4 \text{ a.e.}$$

Kvadratens totala area: $4^2 = 16 \text{ a.e.}$

$\Rightarrow$ Skuggade områdets area: $16 - 4 = 12 \text{ a.e.}$

Andel skuggade områden: $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

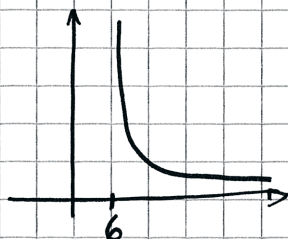
Svar: De gråmarkerade områdena utgör $\frac{3}{4}$ av kvadratens totala area.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekta bestämningar av respektive funktionsuttryck för de båda kurvorna. I lösningen kommenteras att "Den vita arean är lika stor under som över x -axeln" som tillsammans med bestämningen av de två funktionsuttrycken nätt och jämnt anses vara en godtagbar hänvisning till symmetri. I övrigt är lösningen godtagbar med korrekt svar. Sammantaget ges tre problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (1 E_R)

Sofia har fel eftersom att x -värdet
aldrig när 6, den snuddar ifrån
6:an



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang som beskriver att funktionen inte är definierad för $x = 6$ även om det inte anges explicit. Lösningen bedöms rätt och jämt uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 20.2 (1 E_R)

$f(6) = \frac{5}{6}$ Svaret är odefinierat, hon har fel.

Elevlösningsexempel 20.3 (1 E_R)

När $x=6$ är inte y bestämt
eftersom att grafen är diskont-
nuerlig, vilket betyder att y är ej
bestämt när $x=6$; så nej hon har inte rätt

Elevlösningsexempel 20.4 (1 E_R)

Nej, x kommer aldrig bli 6. Man kan inte dela
något med noll

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösning 2–4 visar exempel på godtagbara enkla resonemang som uppfyller kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 21c

Elevlösningsexempel 21c.1 (1 E_M)

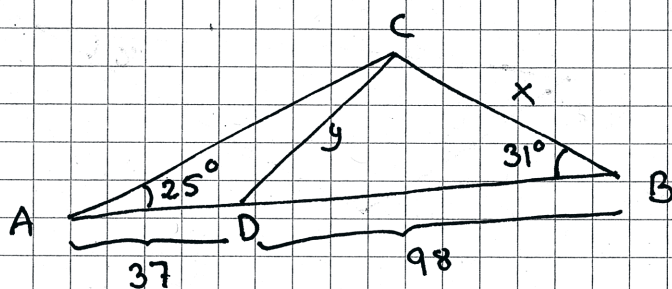
$$V(x) = 4x^3 - 120x^2 + 900x$$

$$4x^3 - 120x^2 + 900x = 1000$$

Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en uppställd ekvation som anses motsvara en godtagbar ansats. Motivering till varför antalet möjliga lådor saknas och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. Elevlösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Sinussatsen

$$\frac{\sin 124}{135} = \frac{\sin 25}{x}$$

$$x = 68,8$$

cos. satsen

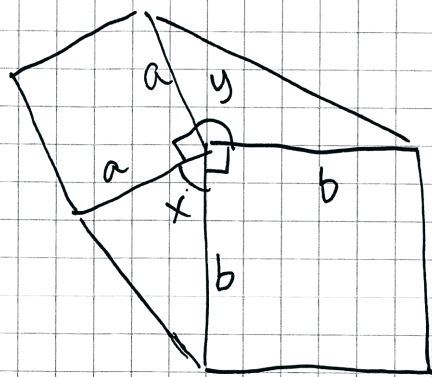
$$y^2 = 98^2 + 68,8^2 - 2 \cdot 98 \cdot 68,8 \cos 31$$

$$y = 52,7 \quad \text{Svar } 53 \text{ cm}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt och behandlar uppgiften i sin helhet vilket ger två problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen något kortfattad. Exempelvis framgår inte hur vinkeln 124° beräknats och var den är belägen. Gradtecken saknas på några ställen i lösningen men använda satser anges. Sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 A_R)



$$\Delta y = 360 - 90 - 90 - x = 180 - x$$

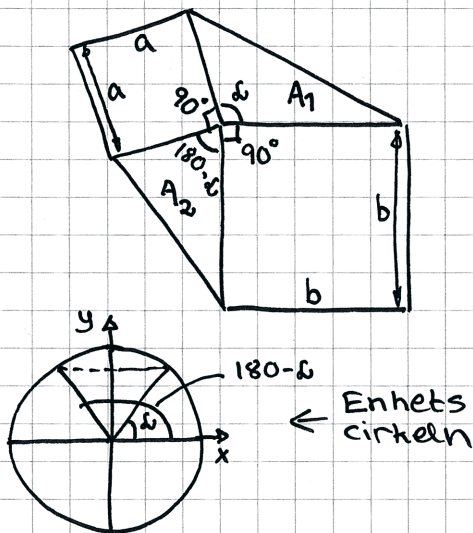
$$\sin(180 - x) = \sin x$$

$$A = \frac{ab \cdot \sin x}{2} = \frac{ab \sin(180 - x)}{2}$$

V.S.B

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är mycket kortfattad men innehåller det nödvändigaste för att beviset ska vara hållbart, t.ex. hänvisas till sambandet $\sin(180^\circ - v) = \sin v$. Elevlösningen ges därmed nått och jämnt två resonemangspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikation saknas hänvisning till areasatsen. Dessutom är kopplingen mellan figuren och de areor som tecknats på sista raden otydlig. Gradtecken saknas genomgående. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 A_R och 1 A_K)



a = sida på kvadrat 1

b = sida på kvadrat 2

Areasatsen

$$A_1 = \frac{a \cdot b \cdot \sin d}{2}$$

$$A_2 = \frac{a \cdot b \cdot \sin(180 - d)}{2}$$

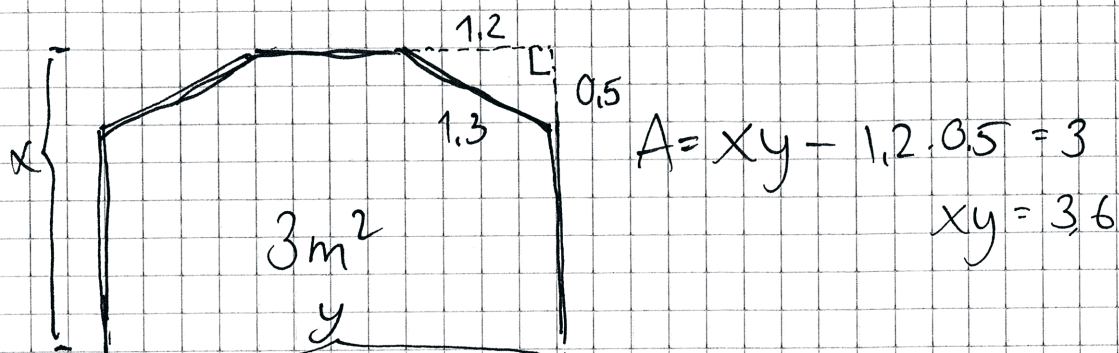
alltså vinkeln d och (180-d)
har samma sinusvärde

$$\frac{ab \sin d}{2} = \frac{ab \sin(180 - d)}{2} = A_1 = A_2$$

V.S.V

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt. När det gäller kommunikation saknas gradtecken på vissa ställen men lösningen är lätt att följa och förstå eftersom bevisets bärande delar förklaras och kopplingen mellan figur och areor är tydlig. Elevlösningen ges två resonemangs- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (3 A_M och 1 A_K)

$$A = xy - 1,2 \cdot 0,5 = 3$$

$$xy = 3,6$$

$$L = 2x + 2 \cdot 1,3 + y - 2 \cdot 1,2 - 1$$

$$L = 2x + y - 0,8$$

$$L = 2x + \frac{3,6}{x} - 0,8$$



Grafritaren
för min

$$\underline{\underline{x \approx 1,3 \text{ m}}}$$

$$x = 1,34163... \quad y = 4,56656...$$

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet och korrekt. När det gäller kommunikation definieras inte A och L på ett tydligt sätt och redovisningen av hur funktionsuttrycket framtagits och hur det digitala verktyget använts är något kortfattad. Koordinaterna under grafen visar indirekt att ett minimum är funnet och verifierat. Lösningen är för övrigt välstrukturerad samt lätt att följa och förstå. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för tre modelleringspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.