Delprov B	Uppgift 1–11. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 12–19. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (delprov A) och tre skriftliga delprov (delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 24 E-, 22 C- och 18 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 27 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 34 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ______________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: _____________________________

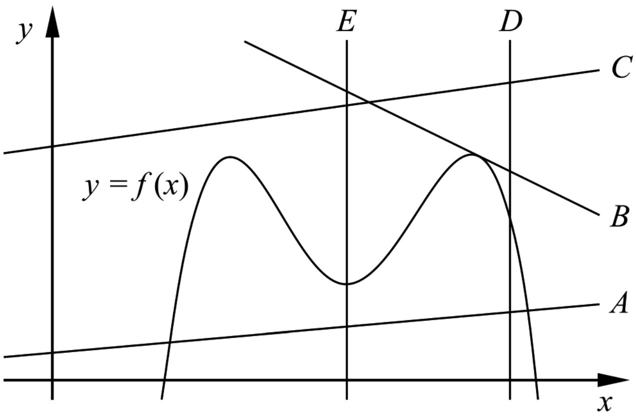
Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Derivera

a) $f(x) = x^4 + 5x^2 - 3$ $f'(x) =$ ________________________ (1/0/0)

b) $f(x) = 8e^{2x}$ $f'(x) =$ ________________________ (1/0/0)

2. Figuren visar grafen till en fjärdegradsfunktion *f* och fem räta linjer *A*–*E*. Linjerna *D* och *E* är parallella med *y*-axeln.



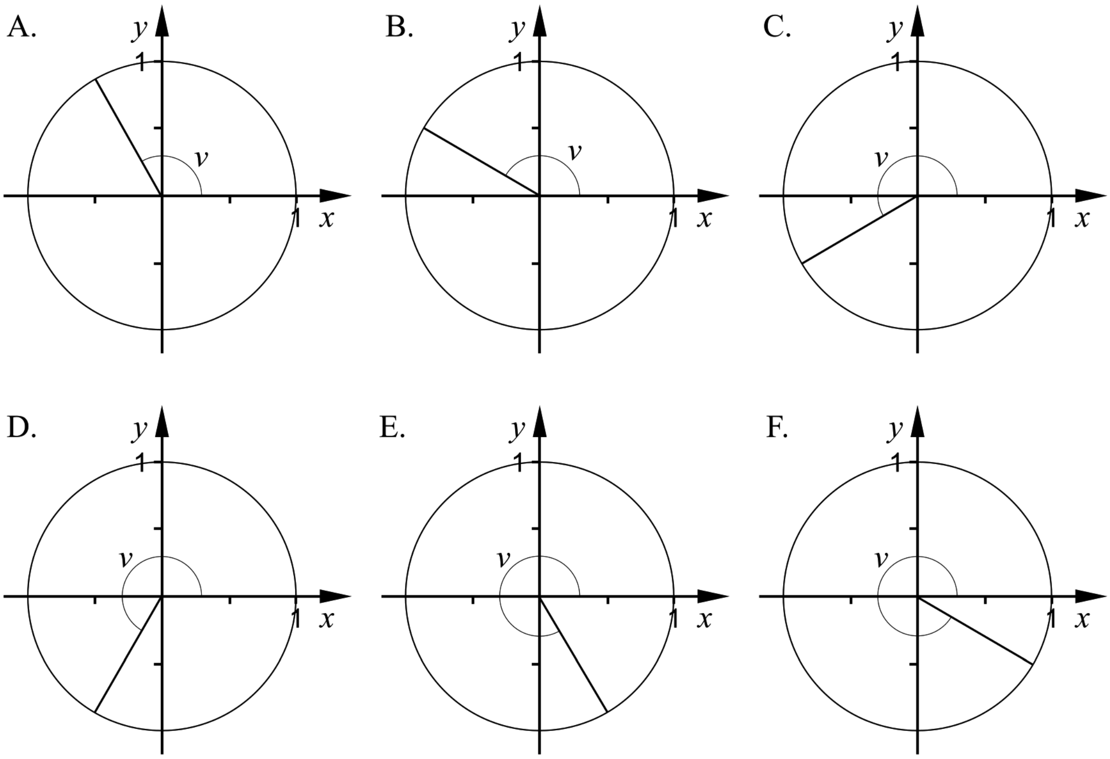
a) En av linjerna *A*–*E* är en tangent till funktionens graf. Vilken? ________________________ (1/0/0)

b) En av linjerna *A*–*E* är en sekant till funktionens graf. Vilken? ________________________ (1/0/0)

3. En bil startar och kör iväg. Sträckan som bilen kör under de första sekunderna kan beskrivas med sambandet $s(t) = 0,75t^2$ där $s(t)$ är sträckan i meter och t är tiden i sekunder.

Bestäm bilens hastighet vid tiden $t = 3$ sekunder. ___________________ m/s (1/0/0)

4. Figurerna A–F visar enhetscirklar där en vinkel v är markerad.



Två av figurerna A–F visar en vinkel v där $\cos v = -0,5$. Vilka två? ______________________ (1/0/0)

5. Elvira ska bestämma derivatan för funktionen f då $x = 4.$ Hon använder derivatans definition och tecknar korrekt följande gränsvärde

$$f'(4) = \lim_{h \to 0} \frac{(4+h)^2 - 4^2}{h}$$

a) Bestäm $f'(4)$. ____________________ (0/1/0)

b) Vilken är funktionen f ? ____________________ (0/1/0)

6. Ge ett exempel på ett uttryck som inte är definierat för $x = 7$ och $x = -5$ ____________________ (0/1/0)

7. Förenkla så långt som möjligt.

a) $\dfrac{3x+18}{x+6}$ ____________________ (1/0/0)

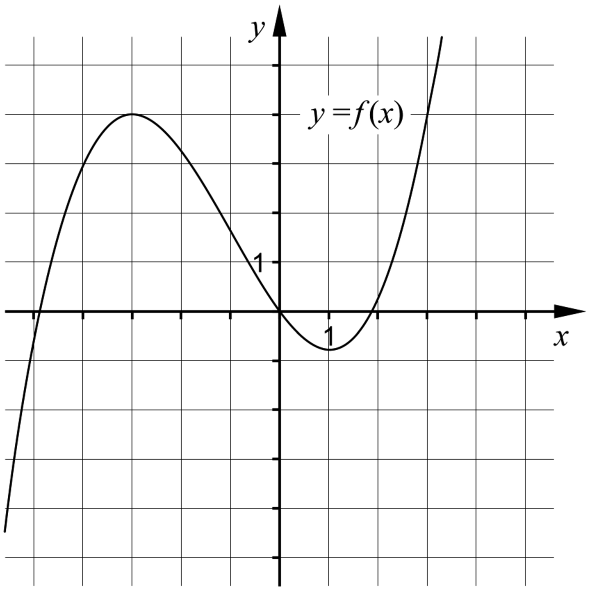
b) $a \cdot \left(1 + \dfrac{2}{a} + \dfrac{1}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ då $a > 0$ ____________________ (0/0/1)

8. Grafen till funktionen g har en tangent $y = 2x - 1$ i den punkt där $x = 3$

a) Bestäm tangeringspunktens koordinater. ____________________ (0/1/0)

b) Bestäm $g'(3)$. ____________________ (0/1/0)

9. Figuren visar grafen till tredjegradsfunktionen *f*.



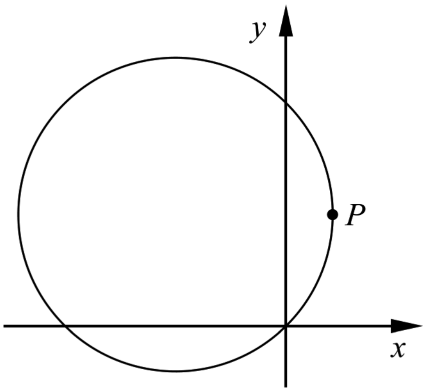
För vilket eller vilka värden på x är $f''(x) \leq 0$? ________________________ (0/0/1)

10. Funktionen *f* uppfyller följande två villkor:

- $f(6) = 3$
- $-2 \leq f'(x) \leq 1$ för x i intervallet $0 \leq x \leq 10$

Bestäm största möjliga värde för $f(x)$
i intervallet $0 \leq x \leq 10$ ________________________ (0/0/1)

11. Figuren visar en cirkel med ekvationen $(x+2)^2+(y-2)^2=8$



I punkten *P* är cirkelns tangent parallell med *y*-axeln.

Bestäm koordinaterna för punkten *P*. Svara exakt. ______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

12. Bestäm $\int_1^2 4x^3\,\mathrm{d}x$ (2/0/0)

13. Bestäm $f''(3)$ då $f(x) = 0,5x^4$ (2/0/0)

14. Anna påstår att ekvationen $|-4x| = -8$ inte har någon lösning.

Har Anna rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

15. Olle och Olga säljer blåbär och funderar på att höja kilopriset på blåbären för att öka dagsinkomsten. De har kommit fram till att dagsinkomsten som funktion av prishöjningen ges av $f(x) = 3000 + 75x - x^3,\ \ x \geq 0$
där $f(x)$ är dagsinkomsten i kr och x är prishöjningen i kr/kg.

Beräkna vilken prishöjning x som ger den största dagsinkomsten. (3/1/0)

16. Avgör vilket av talen $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$ och $\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}}$ som är minst. Motivera ditt svar. (0/2/0)

17. För funktionen *f* gäller att $f(x) = e^{\frac{x}{4}} + x.$ Funktionen *F* är en primitiv funktion till *f*.

Bestäm *F* så att $F(4) = 4e + 6$ (0/2/0)

18. För funktionen *f* gäller att $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + ax + b$ där *a* och *b* är konstanter. Undersök vilka värden som konstanterna *a* och *b* kan anta för att grafen till funktionen ska ha två extrempunkter. (0/1/2)

19. För konstanten *a* gäller att $a > 0.$ Bestäm för vilket värde på *a* som $\int_0^a (x^2 - ax + 1)\,dx$ får sitt största värde. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 20–28. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av ett muntligt delprov (delprov A) och tre skriftliga delprov (delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 24 E-, 22 C- och 18 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 18 poäng
D: 27 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 34 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

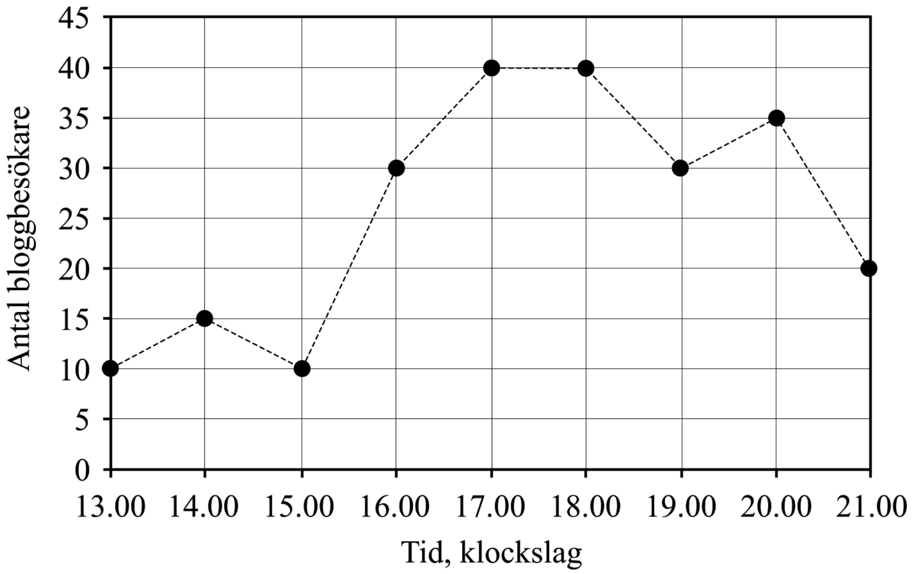
Namn: ____

Födelsedatum: _______________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: _____________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

20. Elisabeth publicerar ett inlägg på sin blogg kl. 13.00. Bloggen har en besöksräknare som visar antalet besökare på bloggen i varje ögonblick. Elisabeth läser av besöksräknaren varje hel timme och ritar ett diagram.



a) I vilket av tidsintervallen A–E är den genomsnittliga förändringshastigheten av antalet bloggbesökare störst?

A. 13.00 – 18.00

B. 13.00 – 21.00

C. 15.00 – 16.00

D. 15.00 – 17.00

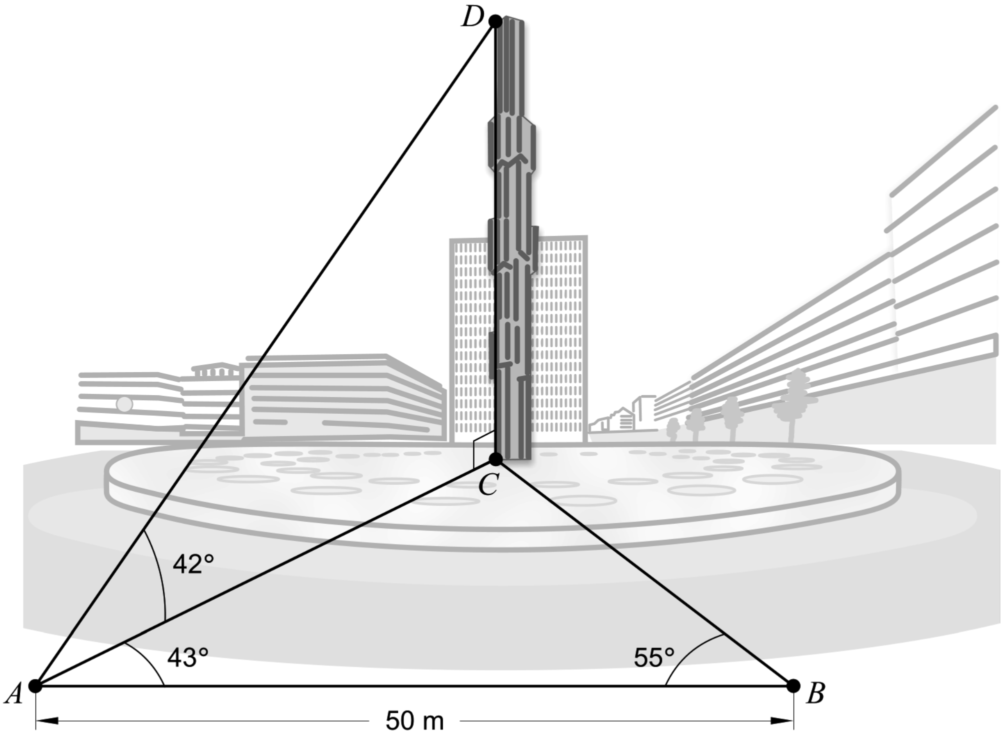
E. 17.00 – 18.00 *Endast svar krävs* (1/0/0)

b) Beräkna den genomsnittliga förändringshastigheten av antalet bloggbesökare i tidsintervallet 15.00 – 19.00 (1/0/0)

21. Samir och Viktor har fått i uppgift att bestämma höjden av glaspelaren i fontänen på Sergels torg. De mäter avståndet mellan två punkter *A* och *B* samt vinklarna till en punkt *C*.

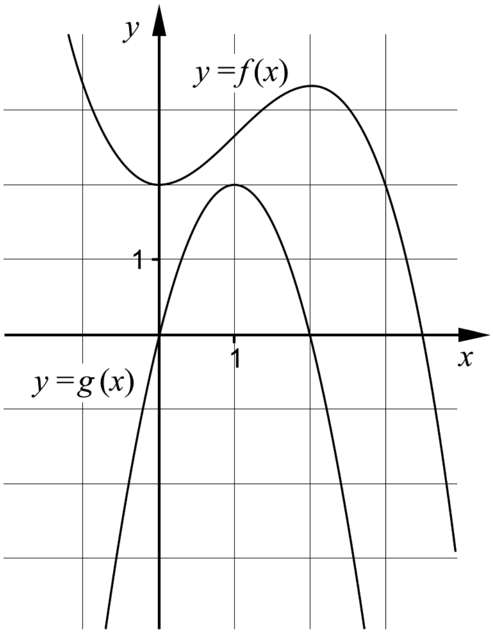
Punkt *C* befinner sig rakt under glaspelarens högsta punkt *D* och på samma höjd som punkterna *A* och *B*.

Samir och Viktor mäter även höjdvinkeln *CAD*. Se figur.



Beräkna höjden av glaspelaren, det vill säga längden av sträckan *CD* i figuren. (2/0/0)

22. Figuren visar huvuddragen av graferna till funktionerna f och g.
Den ena funktionen är den andra funktionens derivata.



Förklara vilken av funktionerna, f eller g, som är derivata till den andra. (1/0/0)

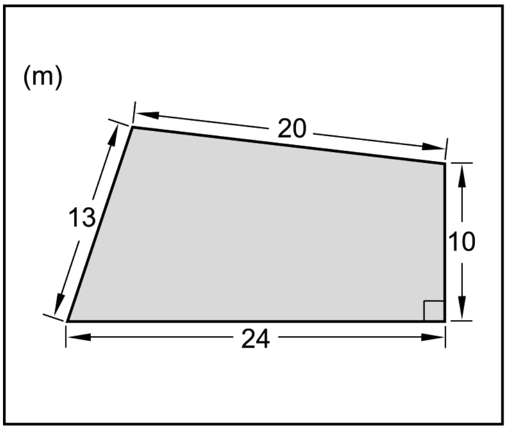
23. Funktionen f som ges av $f(x)=(2x+1)^{13}$ kan inte deriveras direkt med hjälp av deriveringsreglerna inom denna kurs.
Använd ditt digitala hjälpmedel för att beräkna ett värde på $f'(0)$.

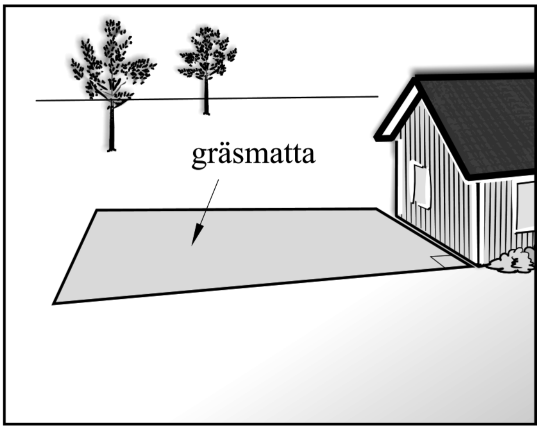
Endast svar krävs (1/0/0)

24. För funktionen f gäller att $f(x)=5\cdot \mathrm{e}^{-0,4x}+100x$

Lös ekvationen $f'(x)=12$ (0/2/0)

25. Ken ska anlägga en gräsmatta på sin tomt. Han mäter sidorna till 13 m, 20 m, 10 m och 24 m. En av gräsmattans vinklar är $90°$. Se figur.



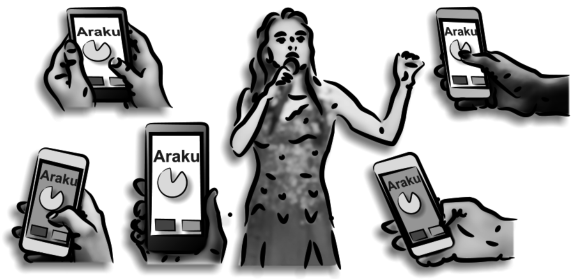


Ken har gräsfrö som räcker till 250 m^2. Avgör med hjälp av någon eller några av triangelsatserna (sinussatsen, cosinussatsen och areasatsen) om gräsfröna kommer att räcka till hela gräsmattan. (0/4/0)

26. I en musiktävling sker röstningen med hjälp av en mobilapp. Antalet inkommande röster per minut kan beskrivas med sambandet

$$r(x) = 12600x - 140x^2$$

där x är tiden i minuter efter att röstningen startat. Totalt registrerades 12,6 miljoner röster under tävlingen.



Beräkna hur många minuter röstningen pågick. (0/3/0)

27. Ett företag väver mönstrade band i olika längder. Mycket korta band kan vara dyrare än längre band att tillverka eftersom vävmaskinen måste ställas om för varje nytt band.

Priset $P(x)$ kronor för ett band som är x meter långt kan beskrivas med följande modell

$$P(x) = \frac{20x^2 + 150}{x}$$

a) Kalle beställer ett 5 meter långt band och undrar över meterpriset. Beräkna priset uttryckt i kronor per meter. (0/1/0)

b) För kunder som beställer mycket långa band kan företaget ge ett fast pris uttryckt i kronor per meter. Använd modellen och visa hur det fasta meterpriset för mycket långa band kan bestämmas. (0/0/2)

28. I en fabrik tillverkas varmkorv. Korven ska förpackas i en plåtburk som har formen av en rak cirkulär cylinder. Priset för materialet som används till burkens botten och lock är 0,20 kr/dm^2 medan priset för materialet till burkens mantelyta är 0,10 kr/dm^2.

Fabriken vill använda en burk med så låg materialkostnad som möjligt. Volymen på burken ska vara 2,0 dm^3.

Bestäm hur mycket materialet till denna burk kostar. (0/0/4)

Till eleven – information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater, din lärare och ditt läromedel när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *”Hur?”* och en förklaring svarar på frågan *”Varför?”*. Du beskriver något när du till exempel berättar hur du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar varför du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin
När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.
Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

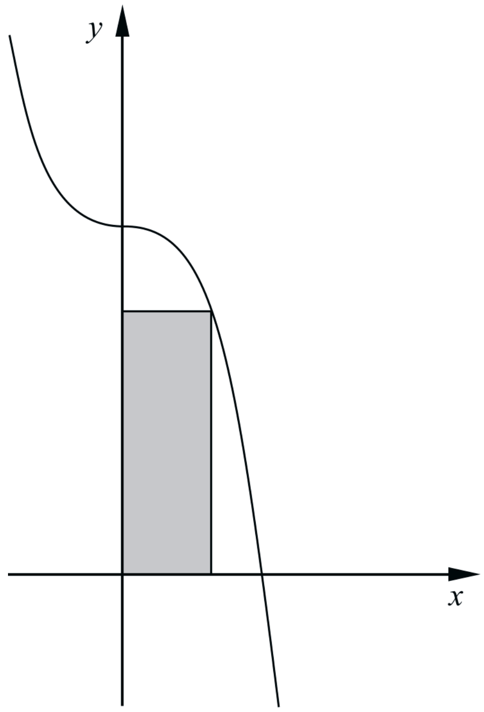
Uppgift 1

Namn:__________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

En rektangel har ett hörn i origo, ett hörn på kurvan $y = -0,25x^3 + 8$ och de övriga hörnen på de positiva koordinataxlarna. Se figur.



Beräkna den maximala arean för en sådan rektangel.

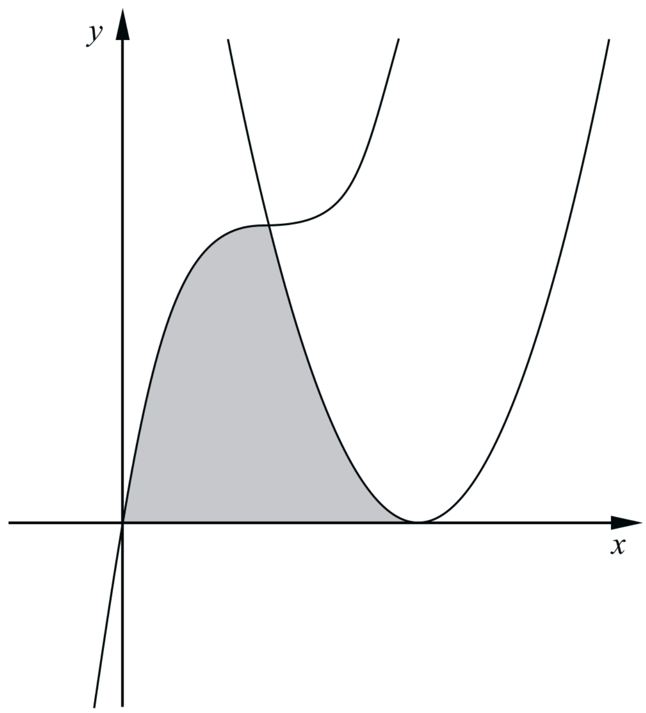
Uppgift 2

Namn:____________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Figuren visar kurvorna $y = x^3 - 6x^2 + 12x$ och $y = 2x^2 - 16x + 32$



a) Visa att kurvorna skär varandra då $x = 2$

Figuren visar ett område som begränsas av x-axeln och de båda kurvorna.

b) Beräkna områdets area.

Uppgift 3

Namn:___________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till
- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I triangeln ABC är vinkeln $A = 35°$, sidan $BC = 6,7$ cm och sidan $AC = 8,2$ cm. Triangelns area är mindre än 10 cm^2.

Bestäm längden av sidan AB.

Uppgift 4

Namn:____________________________

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Använd derivata för att skissa kurvan $y = x^3 - 6x^2 + 12x$

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	**E**	**C**	**A**	**Max**
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 3c. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 3c

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	$+1\ E_P$
med korrekt bestämning av…	$+1\ E_P$
Godtagbar verifiering av…	$+1\ E_P$

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … $1\ E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … $1\ E_R$ och $1\ C_R$	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … $1\ E_R$, $1\ C_R$ och $1\ A_R$

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, x, y, $(\ )$, $[\ ]$, $\int \mathrm{d}x$, bråkstreck, index, lim, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. absolutbelopp, cirkel, enhetscirkel, polynom, rationellt uttryck, kontinuerlig/diskret funktion, rät linje, andragrads-/polynom-/potens-/exponentialfunktion, funktionsvärde, definitions-/värdemängd, punkt, intervall, område, koordinat, koordinatsystem, graf, kurva, skärningspunkt, nollställe, symmetrilinje, lutning, riktningskoefficient, ändpunkt, sekant, tangent, ändringskvot, förändringshastighet, gränsvärde, derivata, andraderivata, teckenschema, växande/avtagande, extrempunkt, maximi-/minimi-/terrasspunkt, största/minsta värde, primitiv funktion, integral, talet e, naturlig logaritm
Hänvisningar	t.ex. till derivatans definition, räta linjens ekvation, tangentens ekvation, cirkelns ekvation, enhetscirkeln, areasatsen, cosinussatsen, sinussatsen, definitionen för sinus
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 4x^3 + 10x$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($f'(x) = 16e^{2x}$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (B)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (A)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (4,5 m/s)	+1 E_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (A och D)	+1 E_B
5.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar (8)	+1 C_P
b)	Korrekt svar ($f(x) = x^2$)	+1 C_B
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (t.ex. $\dfrac{1}{(x+5)(x-7)}$)	+1 C_B

7.		**Max 1/0/1**
a)	Korrekt svar (3)	+1 E_P
b)	Korrekt svar $(a+1)$	+1 A_P
8.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar ((3, 5))	+1 C_B
b)	Korrekt svar (2)	+1 C_B
9.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($x \leq -1$)	+1 A_B
10.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (15)	+1 A_B
11.		**Max 0/0/1**
	Korrekt svar (($\sqrt{8}-2, 2$))	+1 A_{PL}

Instruktioner för bedömning av delprov C

12.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (15)	+1 E_P
13.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, bestämmer andraderivatan korrekt	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (54)	+1 E_P

14. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang, som inkluderar att $|-4x|$ inte är negativt vilket leder till slutsatsen att Anna har rätt +1 E_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"

15. **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatan korrekt, $f'(x) = 75 - 3x^2$ +1 E_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer derivatans nollställen korrekt, $x = \pm 5$ +1 E_M

med godtagbar verifiering av maximum med godtagbart svar (5 kr/kg) +1 E_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga" +1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"

16. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att $\frac{\pi}{3} \approx 1$ *och* att $\ln 1$ och e^1 ska jämföras +1 C_R

med i övrigt godtagbart välgrundat resonemang där det framgår att $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$ är minst baserat på t.ex. att $\ln\frac{\pi}{3} \approx 0$ och att $e^{\frac{\pi}{3}} \approx e$ +1 C_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"

17. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt den primitiva funktionen $F(x) = 4e^{\frac{x}{4}} + \frac{x^2}{2} + C$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x) = 4e^{\frac{x}{4}} + \frac{x^2}{2} - 2$) +1 C_P

18. **Max 0/1/2**

Godtagbar ansats, bestämmer derivatan korrekt, $f'(x) = x^2 + x + a$ +1 C_P

med välgrundat och nyanserat resonemang med slutsatsen att $a < \frac{1}{4}$ +1 A_R

Välgrundat och nyanserat resonemang med slutsatsen att b kan anta vilket värde som helst +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

19. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar integralens värde som $\frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{2} + a$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, som inkluderar verifiering av maximum, med korrekt svar ($\sqrt{2}$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

20. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (C: 15.00 – 16.00) +1 E_B

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (5 st/h) +1 E_B

Kommentar: Svar utan godtagbar enhet ges 0 poäng.

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer sträckan AC, 41,4 m +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (37 m) +1 E_{PL}

22. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang som inkluderar en enkel motivering till varför g är derivata till f (t.ex. ”g är derivatan, deriverar man en tredjegradare så får man en andragradare.”) +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 1/0/0**

Godtagbart svar (26) +1 E_P

Kommentar: En viss avvikelse från det korrekta värdet kan tolereras beroende på vald metod.

24. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $-2 \cdot e^{-0,4x} + 100 = 12$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x = -9,46$) +1 C_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 0/4/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar hypotenusans längd i den rätvinkliga triangeln, 26 m +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. beräknar en användbar vinkel med cosinussatsen +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (Ja, arean blir 247 m^2 så gräsfröna räcker.) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

26. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen

$$\int_0^t (12\,600x - 140x^2)\,\mathrm{d}x = 12\,600\,000$$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (60 min) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

27. **Max 0/1/2**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (26 kr/m) +1 C_M

b) Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. tecknar och förenklar en relevant kvot, $\dfrac{P(x)}{x} = 20 + \dfrac{150}{x^2}$ +1 A_R

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att priset närmar sig 20 kr/m för mycket långa band +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

28. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, tecknar ett uttryck i en variabel för burkens pris +1 A_M

med godtagbar fortsättning, t ex bestämmer hur stor radien ska vara för att få lägsta pris på materialet till burken, $r = 0{,}542$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning, inklusive verifiering av minimipunkt, med godtagbart svar (1,11 kr) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 E_R)

Absolutbeloppet är alltid positivt
så Anna har rätt.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett korrekt svar med godtagbar motivering även om det inte framgår tydligt att absolutbeloppet också kan vara noll. Elevlösningen anses uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 E_M och 1 C_K)

$f(x) = 3000 + 75x - x^3$, $x \geq 0$

f_{max} finns där $f'(x) = 0$

$f'(x) = 75 - 3x^2$

$75 - 3x^2 = 0$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

$x = \pm\sqrt{25}$, $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

x skulle vara större än eller lika med 0 så x_2 kan det inte vara. Därav finns f_{max} i $x_1 = 5$.
Prishöjningen ska vara 5 kr/kg för att dagsinkomsten ska bli så stor som möjligt.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen motiveras varför $x_2 = -5$ måste väljas bort men verifiering av att $x_1 = 5$ motsvarar ett maximum saknas, vilket gör att kraven för tredje modelleringspoängen på E-nivå inte är uppfyllda. När det gäller kommunikation är uppgiften i det närmaste behandlad i sin helhet och redovisningen är lätt att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 15.2 (3 E_M och 1 C_K)

Sökes: Största möjliga dagsinkomst

Givet: $f(x) = 3000 + 75x - x^3$

$x \geq 0$

Lösning: $f'(x) = 75 - 3x^2$

$f'(x) = 0$ ger $75 - 3x^2 = 0$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

$x = \pm\sqrt{25}$, $x_1 = 5$

$(x_2 = -5)$

$f''(x) = -6x$

$f''(5) = -6 \cdot 5 = -30$ $f(5)$ max

svar: ~~h~~ höjning 5 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive uteslutning av $x_2 = -5$ och verifiering av maximum. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Trots att enheten i svaret inte är helt korrekt anses svaret vara godtagbart då det är underförstått att höjningen handlar om kr/kg. Elevlösningen ges tre modelleringspoäng på E-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (2 C_R)

$\ln\left(\frac{3,14}{3}\right)$ eller $e^{\frac{3,14}{3}}$

$\ln(1) = 0$ eller $e^1 \approx 2,7$ svar: $\ln\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är knapphändig men anses nätt och jämnt visa ett godtagbart välgrundat resonemang baserat på att $\ln\frac{\pi}{3} \approx 0$ och att $e^{\frac{\pi}{3}} \approx e$.
Sammantaget ges elevlösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (1 C_P och 1 A_R)

$f'(x) = x^2 + x + a$

$x^2 + x + a = 0$

$x^2 + x = -a$

$(x + 0{,}5)^2 = 0{,}25 - a$

$x + 0{,}5 = \pm\sqrt{0{,}25 - a}$

$a < 0{,}25$ annars blir det dubbelrot eller inget reelt tal

b är irrelevant

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang till varför $a < 0,25$ men en motivering till varför *b* är irrelevant saknas. Elevlösningen ges därmed en procedurpoäng på C-nivå samt den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (1 C_P och 1 A_R)

$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + ax + b$

$f'(x) = x^2 + x + a$ $\Rightarrow$ b saknar betydelse den försvann i f'

$x^2 + x + a = 0$

$x = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 - a}$

$\boxed{\begin{array}{l} b = \text{vad som helst} \\ a < 0{,}25 \end{array}}$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen anses nätt och jämnt visa ett välgrundat och nyanserat resonemang till varför *b* kan anta vilket värde som helst. Däremot saknas en motivering till varför $a < 0,25$. Elevlösningen ges därmed en procedurpoäng på C-nivå samt den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Uppgift 19

Elevlösningsexempel 19.1 (1 A_{PL} och 1 A_K)

$$\int_0^a (x^2 - ax + 1)\,dx =$$

$$\left[x^3/3 - ax^2/2 + x \right]_0^a =$$

$$\left(\frac{a^3}{3} - \frac{a \cdot a^2}{2} + a\right) - \left(\frac{0^3}{3} - \frac{a \cdot 0^2}{2} + 0\right)$$

$$F(a) = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{2} + a$$

$$F'(a) = \frac{3a^2}{3} - \frac{3a^2}{2} + 1$$

$$a^2 - 1{,}5a^2 + 1 = 0$$

$$-0{,}5a^2 + 1 = 0$$

$$-0{,}5a^2 = -1$$

$$a^2 = \frac{-1}{-0{,}5}$$

$$a^2 = 2$$

$$(a_1 = -\sqrt{2}) \quad \underline{\underline{a_2 = \sqrt{2}}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet men verifiering av maxpunkten saknas. När det gäller kommunikation är användningen av symboler, index och enheter i huvudsak korrekt och lösningen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges elevlösningen en problemlösnings- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (0 poäng)

g funktionen är derivatan till f funktionen
för g har bara en böjning och den följer
f funktionens första kurva

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen identifierar korrekt derivata men motiveringen anses inte godtagbar då den inte kopplar till något tydligt förhållande mellan funktion och derivata. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 22.2 (1 E_R)

$g(x) = f'(x)$
Vid $g(0)$ blir funktionen positiv. då
byter lutningen från negativ till positiv.
Detta visas i $f(x)$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen identifierar korrekt derivata och ger en vag men godtagbar koppling mellan funktionen och dess derivata vid $x = 0$. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 24

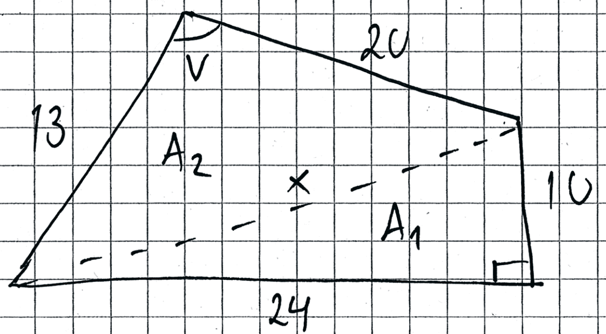
Elevlösningsexempel 24.1 (2 C_P)

Geogebra:
$f(x) = 5 \cdot e^{-0,4x} + 100x$
Lös $f'(x) = 12$
svar: $-9,46$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används det digitala hjälpmedlet för att lösa $f'(x) = 12$ direkt utan att först ta fram själva derivatafunktionen. Elevlösningen anses uppfylla kraven för två procedurpoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (3 C_{PL} och 1 C_K)



$x^2 = 10^2 + 24^2$

$x^2 = 676$

$x = 26$ m

250 m² frön

$A_1 = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120$ m²

$A_2 \quad x^2 = 26^2 = 13^2 + 20^2 - 2 \cdot 13 \cdot 20 \cdot \cos V$

$\cos V = \frac{26^2 - 13^2 - 20^2}{-2 \cdot 13 \cdot 20}$

$V = 101{,}87°$

$A_2 = \frac{13 \cdot 20 \cdot \sin 101{,}87°}{2} = 127$ m²

Arean $= 120 + 127 = 247$ m² Fröna räcker!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt och ges tre problemlösningspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikationen redovisas en tydlig figur och alla relevanta beräkningar. Användningen av symboler, index och enheter bedöms vara i huvudsak korrekt. Enheter saknas på något ställe och ± saknas i samband med ekvationslösningen i början. Hänvisning till Pythagoras sats, areasatsen och cosinussatsen saknas. Sammantaget anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (1 C_M)

$$r(x) = 12600x - 140x^2$$

$$\int_0^t (12600x - 140x^2)\,dx = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$\left[\frac{12600x^2}{2} - \frac{140x^3}{3}\right]_0^t = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$\frac{12600t^2}{2} - \frac{140t^3}{3} = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$6300t^2 - \frac{140t^3}{3} = 12{,}6 \cdot 10^6$$

$$t = 60 \text{ min}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats genom att teckna en korrekt ekvation. Lösningen av ekvationen anses inte godtagbar då det inte framgår hur den löses. Därmed anses inte kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 26.2 (1 C_M och 1 C_K)

$$r(x) = 12600x - 140x^2$$

$$\int_0^a (12600x - 140x^2)\,dx = \left[6300x^2 - \frac{140x^3}{3}\right]_0^a$$

på räknare:

$$\text{solve}\left(6300x^2 - \frac{140x^3}{3} = 12{,}6 \cdot 10^6\right)$$

$(x_1 = -39{,}35)$ $x_2 = 60$ $x_3 = 114{,}35$

svar: Enligt sambandet pågick röstningen antingen i 60 min eller 114 min.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats i och med att en korrekt ekvation tecknas. Lösningen av ekvationen är korrekt men svaret innehåller även en ogiltig tidpunkt (114 min). När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå samt behandlad i sin helhet, även om det slutliga svaret blev felaktigt. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 26.3 (2 CM och 1 CK)

$r(x) = 12600x - 140x^2$

r = röster/minut $\quad R$ = röster

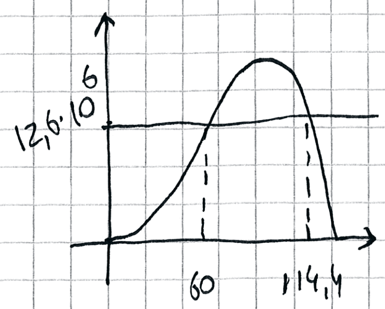
$R = 6300x^2 - 46{,}7x^3$ vid start så är det 0 röster så ingen konstant

$12{,}6 \cdot 10^6 = 6300x^2 - 46{,}7x^3$

solve ger: $x_1 = -39{,}4$ ej ok

$x_2 = 60$

$x_3 = 114{,}4$ ej ok



svar: 60 min

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt och behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå även om motiveringen till varför den primitiva funktionen inte ska ha en konstantterm är något otydlig. Det är också något otydligt varför två av *x*-värdena har uteslutits men den skissade grafen anses motivera detta. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 27b

Elevlösningsexempel 27b.1 (2 A_R)

modellen för priset per meter kan ställas upp så här:

$f(x) = \frac{20x^2 + 150}{x^2}$ där $f(x)$ är priset per meter eftersom

$\frac{P(x)}{x} = \frac{20x^2 + 150}{x^2} = f(x)$

Vad händer när x blir jättestort?

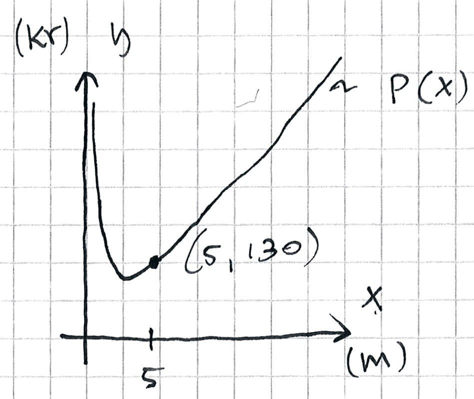
$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{20x^2 + 150}{x^2}$

$\frac{20x^2/x^2 + 150/x^2}{x^2/x^2} = 20 + \frac{150}{x^2}$

$\lim_{x \to \infty} 20 + \underbrace{\frac{150}{x^2}}_{\to 0 \text{ då } x \to \infty} = 20 + 0 = 20 \text{ kr/m}$ VSV.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att priset per meter närmar sig 20 kr. Sammantaget ges elevlösningen två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 27b.2 (2 Ar)



på miniräknare

$$P'(x) = \frac{10(2x^2-15)}{x^2} = \frac{20(x^2-7{,}5)}{x^2}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{20(x^2-7{,}5)}{x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{20x^2-150}{x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} 20 - \underbrace{\frac{150}{x^2}}_{\to 0 \text{ då } x\to\infty} = 20 - 0 = \underline{\underline{20}}$$

När jag analyserar grafen på miniräknaren ser jag att $P'(x)$ går mot 20.
Alltså: Priset per meter rör sig mot 20 kr/m ju längre bandet blir. Svar: 20 kr/m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar genom att använda derivata att den momentana prisökningen per meter vid långa band närmar sig 20 kr. Det är inte formellt det som efterfrågas men med hjälp av resonemanget anses detta leda till den godtagbara slutsatsen att priset per meter också närmar sig 20 kr. Sammantaget anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (2 A_M och 1 A_K)

0,20 kr/dm² $V = 2\ dm^3$

0,10 kr/dm² mantelyta

0,20 kr/dm²

P = priset för materialet för burk

$V = \pi r^2 h$

$A_1 = 2\pi r h$ mantelarea

$A_2 = \pi r^2$ (botten / lock)

$P = A_1 \cdot 0{,}10 + 2A_2 \cdot 0{,}20 = 0{,}20\pi r h + 0{,}4\pi r^2$

$V = \pi r^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = 2$

$h = \dfrac{2}{\pi r^2}$

$P(r) = 0{,}20 \cdot \pi \cdot r \cdot \dfrac{2}{\pi r^2} + 0{,}4\pi r^2 = \dfrac{0{,}4}{r} + 0{,}4\pi r^2$

$p(r) = 0{,}4 r^{-1} + 0{,}4\pi r^2$

$P'(r) = -0{,}4 r^{-2} + 0{,}8\pi r = 0{,}8\pi r - \dfrac{4}{10 r^2}$

$0{,}8\pi r - \dfrac{4}{10r^2} = 0$

$r = \underline{\underline{0{,}54}}$ dm

$P(r) = \dfrac{0{,}4}{0{,}54} + 0{,}4 \cdot \pi \cdot 0{,}54^2 = \underline{\underline{1{,}10}}$ kr

Svar: Totalt blir det ca 1,1 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i huvudsak, men verifiering av minimipunkt saknas. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. En tydlig figur finns och variablerna är definierade. Sammantaget anses elevlösningen uppfylla kraven för två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.2 (3 AM)

$V = \pi r^2 h$

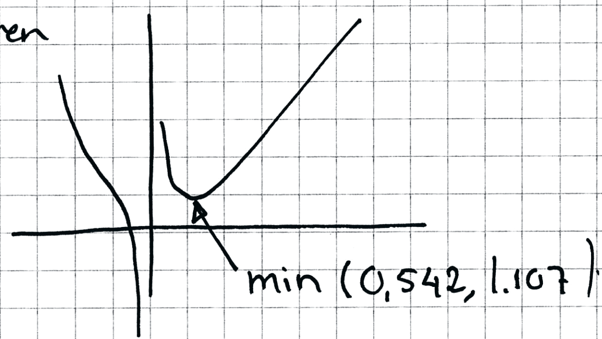
$\pi r^2 h = 2$

$K(r) = 0{,}4\pi r^2 + 2\pi r h \cdot 0{,}1$

$K(r) = 0{,}4\pi r^2 + 2\pi r \frac{2}{\pi r^2} \cdot 0{,}1$

$K(r) = 0{,}4\pi r^2 + \frac{0{,}4}{r}$

Grafritaren



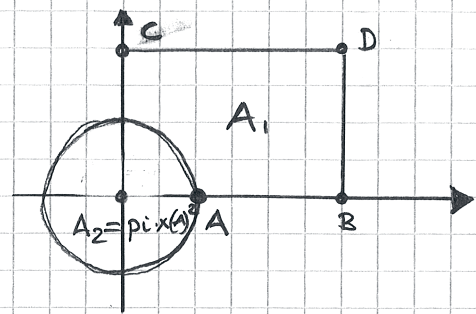
Svar 1,11 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och verifieringen av minimipunkten anses vara godtagbar då minimipunkten visas grafiskt med hjälp av digitalt hjälpmedel och tydlig figur. När det gäller kommunikation är lösningen knapphändig vilket gör den något svår att följa och förstå. Variablerna är inte definierade även om beteckningarna är lämpligt valda. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen tre modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 28.3 (3 AM)

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $V = 2$ ger $h = \frac{2}{\pi \cdot r^2}$

Ritar lock och mantelyta i Geogebra



A variabel punkt $(0, x)$

B $(2\pi \cdot x(A), 0)$

C $(0, 2/(pi \cdot x(A)^2))$

D $(x(B), y(C))$

Priset $P = 0{,}1 \cdot A_1 + 2 \cdot 0{,}2 \cdot A_2$

$= 0{,}1 \cdot A_1 + 0{,}4 \cdot pi \cdot x(A)^2$

↑ från Geogebra

Drar i punkt A från $x = 0$ till $x = 5$

Finner minimum vid $x \approx 0{,}54$. $P_{min} \approx 1{,}10716\ldots$

Svar: Materialkostnaden är 1,1 kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Verifieringen av minimipunkten anses vara godtagbar då beskrivningen av hur minimipunkten tas fram och verifieras numeriskt med hjälp av det digitala hjälpmedlet är korrekt. När det gäller kommunikation är lösningen delvis något svår att följa och förstå. Variablerna är inte tydligt definierade men beteckningarna är lämpligt valda. T.ex. är beteckningar som $x(B)$ för x-koordinaten i B-punkten begripliga men okonventionella och kopplingen mellan r och x är inte explicit uttryckt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen tre modelleringspoäng på A-nivå.